Mínimo común múltiplo

Comunes y no comunes con mayor exponente.

Máximo común divisor

Solamente comunes con menor exponente.

Productos notables

$(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

$(a-b)^2 = a^2+b^2-2ab$

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

La profe de mate MOLA

Potencias y raíces

$a^0=1$	$\sqrt[m]{a}=a^{1/m}$
$a=a^1$	$\sqrt{a}=\sqrt[2]{a}=a^{1/2}$
$a^m \cdot a^n=a^{m+n}$	$\sqrt[m]{a}\cdot\sqrt[n]{a}=\sqrt[mcm(m,n)]{a}=a^{1/m+1/n}$
$(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n$	$\sqrt[m]{a\cdot b}=\sqrt[m]{a}\cdot\sqrt[m]{b}=a^{1/m}\cdot b^{1/m}$
$(a^m)^n=a^{m\cdot n}$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=a^{1/(m\cdot n)}$
$a^m/a^n=a^m:a^n=a^{m-n}$	$\sqrt[m]{a}/\sqrt[n]{a}=a^{1/m}:a^{1/n}=a^{1/m-1/n}$
$(a/b)^n=a^n/b^n$	$\sqrt[m]{a/b}=\sqrt[m]{a}/\sqrt[m]{b}$
$a^{-m}=1/a^m$	$\sqrt[-m]{a}=1/\sqrt[m]{a}$

Logaritmos

$\log_a x = b \rightarrow a^b = x$

El argumento siempre es <u>mayor que</u> 0

$\log_a 1 = 0 \;\|\; \log_a a = 1 \;\|\; \log(a\cdot b) = \log a + \log b$

$\log_a a^b = b\log a \;\|\; \log(a:b) = \log a - \log b$

Proporcionalidad

- Directa: $+ \longrightarrow +$ ó $- \longrightarrow -$
- Inversa: $+ \longrightarrow -$ ó $- \longrightarrow +$

Le damos la vuelta a una de las fracciones.

Repartos proporcionales

- Directo: Sumamos el total de datos y hacemos proporcionalidad relacionando:

$$\frac{\text{TOTAL}}{\text{PARTE}} \;\text{(D)}\; \frac{\text{TOTAL}}{\text{PARTE}}$$

- Inverso: Hallamos inversos de los datos e igualamos con m.c.m y luego sumamos.

$$\frac{\text{NUMERADOR SUMA TOTAL}}{\text{NUMERADOR PARTE (MCM)}} \;\text{(D)}\; \frac{\text{TOTAL}}{\text{PARTE}}$$

Proporcionalidad compuesta

C_1	C_2	Cincógnita
a	b	c
d	e	x

$\frac{a}{d}\cdot\frac{b}{e}=\frac{c}{x}$

- Operamos y despejamos

Si alguna es relación inversa, "damos la vuelta a esa fracción".

Ecuaciones

- Si tenemos incógnita en el exponente tomamos logaritmos y despejamos:

$a^x = c \rightarrow \log a^x = \log c \rightarrow$

$\rightarrow x \log a = \log c \rightarrow x = \frac{\log c}{\log a}$

Estadística

Muestra: N Marca clase: x_i

Frecuencia: f_i Frecuencia relativa: $h_i \rightarrow \frac{f_i}{N}$

F. acumulada: F_i F. rel. acumulada: $H_i \rightarrow \frac{F_i}{N}$

Sumamos todo lo anterior hasta ese punto

Tabla de frecuencias

Intervalo (si lo hay)	x_i	f_i	h_i	F_i	H_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
	En intervalos es la media de los extremos		%		%	Σ	Σ

- Media aritmética: $\bar{X} = \frac{\Sigma x_i f_i}{N}$
- Varianza: $\sigma^2 = \frac{\Sigma x_i^2 f_i}{N} - \bar{X}^2$
- Desviación típica: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 f_i}{N} - \bar{X}^2}$
- Coeficiente variación: $C_V = \frac{\sigma}{\bar{X}}$

Probabilidad

$P(A) = \frac{\text{nº casos favorables}}{\text{nº casos totales}}$ (Ley de Laplace)

- Se cumple que:
  - $P(A) \geq 0$
  - si dos sucesos son incompatibles:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

  - $P(E) = 1$ (La probabilidad del espacio muestral suma 1)

De esto se deduce que

- $P(A^c) = 1 - P(A)$
- $P(\emptyset) = 0$
- Si $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (Principio Inclusión-Exclusión)

PROBABILIDAD CONDICIONADA $\rightarrow P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

Sabiendo B, probabilidad de que suceda A

Si dos sucesos son <u>independientes</u> $\Rightarrow P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$

POLINOMIOS. FACTORIZACIÓN

(1) Sacamos factor común si es posible.

(2) Resolvemos ecuación igualando a 0 y los resultados son las raíces.

· Para grado 1: despejamos x.

· Para grado 2: $ax^2+bx+c=0$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

→ 1 sol.: raíz doble
→ 2 sol.: 2 raíces simples
→ 0 sol.: discriminante ⊖

· Para grado 3: Ruffini

$$\begin{array}{c|cccc} & a & b & c & d \\ x_1 & \downarrow & a\cdot x_1 & & \\ \hline & a & & \dots & \end{array}$$

raíz ⊕

Probamos con divisores del término independiente.

(3) La factorización será: $(x-a)(x-b)\dots$

Siendo a y b raíces. NOTA: $x=-2 \longrightarrow (x+2)$

RAÍZ ⟶ FACTOR

LA RECTA

Necesitamos un punto A y un vector $\vec{AB}$

Siendo $A(p_1,p_2)$, $B(q_1,q_2)$, $\vec{AB}\,(d_1,d_2)$ y m la pendiente:

vectorial

$r\equiv(x,y)=(p_1,p_2)+\lambda\cdot(d_1,d_2)$

paramétricas

$$r\equiv\begin{cases}x=p_1+d_1\cdot\lambda\\ y=p_2+d_2\cdot\lambda\end{cases}$$

continua

$$r\equiv\frac{x-p_1}{d_1}=\frac{y-p_2}{d_2}$$

punto-pendiente

$y-p_2=m\cdot(x-p_1)$

explícita

$y=mx+n$

general

$r: Ax+By+C=0$

vector director: $(-B,A)$

POSICIÓN DE DOS RECTAS

Resolver un sistema de ec.

$$\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases} \quad ó \quad \begin{cases}y=mx+n \rightarrow \vec{v_r}\\ y=m'x+n' \rightarrow \vec{v_s}\end{cases}$$

Paralelas $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ ó $\begin{cases}m=m'\\ n\neq n'\end{cases}$

Coincidentes $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ ó $\begin{cases}m=m'\\ n=n'\end{cases}$

Secantes $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$ ó $m\neq m'$

↳ Perpendiculares $\boxed{m\cdot m'=-1}$

producto escalar → $\vec{v_r}\cdot\vec{v_s}=0$

ÁNGULO ENTRE DOS VECTORES

$$\cos\alpha=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{u}||\vec{v}|}$$

PRODUCTO ESCALAR

$\vec{u}\cdot\vec{v}=u_1\cdot v_1+u_2\cdot v_2$

MÓDULO: $|\vec{u}|=\sqrt{u_1^2+u_2^2}$

FUNCIONES

LINEAL: $ax+by=c \rightarrow y=mx+n$

⊕ Recta: damos valores a x e y.

CUADRÁTICA: $ax^2+bx+c=0$

⊕ Parábola

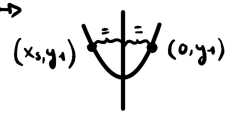
1 COEFICIENTES → 2 a>0 ∪ a<0 ∩ → 3 VÉRTICE (x_v,y_v) $x_v=-\frac{b}{2a}$

↓ ¡y_v sustituyendo!

eje simetría $x=x_v$

4 CORTE EJE X $y=0$: 0, 1 ó 2 puntos $(x_1,0)$ $(x_2,0)$

↳ 5 CORTE EJE Y $x=0$: $(0,y_1)$ → 6 Hallamos simétrico



CÚBICA $ax^3+bx^2+cx+d=0$ (Forma ∿)

Simetría impar si $b=d=0$.

PROPORCIONALIDAD INVERSA $y=\frac{k}{x}$

· T. Horizontal: $y=\frac{k}{x-a}$ | a>0 derecha, a<0 izquierda

Asíntota vertical: $\boxed{x=a}$

· T. Vertical: $y=\frac{k+bx}{x}=\frac{k}{x}+b$ | b>0 arriba, b<0 abajo

Asíntota horizontal: $\boxed{y=b}$

· T. oblicua: $y=\frac{k}{x-a}+b=\frac{k+kx-ba}{x-a}=\frac{mx+n}{m'x+n'}$

LOGARÍTMICA $y=\log_a x$ $(x=0\rightarrow A.V)$

DOMINIO DE LAS FUNCIONES

POLINÓMICAS $D=\mathbb{R}$

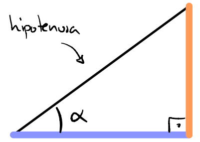
RACIONALES $\left(\frac{P(x)}{Q(x)}\right)$ $D=\mathbb{R}-\{$valores que anulan den.$\}$

IRRACIONALES ÍNDICE PAR $D=\mathbb{R}-\{$valores que hacen negativo el radicando$\}$

EXPONENCIALES Dominio del exponente.

LOGARÍTMICAS $D=\mathbb{R}-\{$números negativos y el 0$\}$

TRIGONOMETRÍA



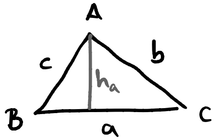
$$\cos\alpha=\frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\operatorname{sen}\alpha=\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\text{c. opuesto}}{\text{c. contiguo}}$$

Identidad fundamental: $\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

TRIÁNGULO



$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°$

· Acutángulo: $a^2<b^2+c^2$

· Obtusángulo: $a^2>b^2+c^2$

· Rectángulo: $a^2=\underbrace{b^2+c^2}_{\text{catetos}}$

hipotenusa (mayor)

T. PITÁGORAS

Si tenemos los lados, comprobamos siempre antes de seguir.

La profe de mate MOLA

ÁREA

$A=\frac{a\cdot c}{2}\operatorname{sen}\hat{B}$ ó $A=\frac{a\cdot h_a}{2}$

dos lados y el ángulo que forman

Si sabemos la altura

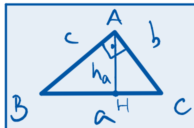
TEOREMA DEL SENO

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\hat{A}}=\frac{b}{\operatorname{sen}\hat{B}}=\frac{c}{\operatorname{sen}\hat{C}}$$

TEOREMA DEL COSENO

$$a^2=b^2+c^2+2bc\cos\hat{A}$$

(Igual con los otros lados)



TEOREMA DEL CATETO: $b^2=a\cdot\overline{HC}$ $c^2=a\cdot\overline{HB}$

TEOREMA DE LA ALTURAS $h_a^2=\overline{HB}\cdot\overline{HC}$

	0	30	45	60	90
sen	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
tan	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	∞

SUPLEMENTARIOS: $\operatorname{sen}(90-\alpha)=\cos\alpha$ $\cos(90-\alpha)=\operatorname{sen}\alpha$

COMPLEMENTARIOS: $\operatorname{sen}(180-\alpha)=\operatorname{sen}\alpha$ $\cos(180-\alpha)=-\cos\alpha$

OPUESTOS: $\operatorname{sen}(-\alpha)=-\operatorname{sen}\alpha$ $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$