10. Tema 10: Sucesivas ampliaciones del concepto de número. Evolución histórica y problemas que resuelve cada una.

Índice

10. Tema 10: Sucesivas ampliaciones del concepto de número. Evolución histórica y problemas que resuelve cada una. 1

10.1. Introducción.................... 1

10.2. Evolución histórica: los números en la Antigüedad 2

10.3. Evolución histórica: los números en el Renacimiento.................... 3

10.4. Evolución histórica: el número en los siglos XVII y XVIII.................... 4

10.5. Evolución histórica: siglo XIX y XX.................... 4

10.6. Sucesivas ampliaciones del concepto de número. Problemas que resuelven 5

10.7. Resumen 7

10.8. Conclusión.................... 8

10.9. Bibliografía 8

Oposiciones de Secundaria (Matemáticas)

10. Tema 10: Sucesivas ampliaciones del concepto de número. Evolución histórica y problemas que resuelve cada una.

10.1. Introducción

LEGISLACIÓN

Actualmente, el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato viene determinado por el siguiente marco legislativo estatal y autonómico:

- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre.
- Decreto 48/2015 de 14 de mayo del Consejo de Gobierno.
- Decreto 52/2015, de 21 de mayo, del Consejo de Gobierno.

CURRÍCULO

La historia ayuda a comprender mejor los postulados de las ciencias y las humanidades, esencialmente al permitir entender por qué hubo la necesidad de desarrollar una idea, y cómo ésta evolucionó hasta nuestros días.

Dicha característica debiera hacer obligatoria la enseñanza de la historia de cada disciplina científica, pero entendida la historia no como una cronología de datos y la memorización de fechas y nombres, sino como el conocimiento sobre la evolución de la disciplina a la que nos dedicamos. Por ejemplo, en matemáticas, debes conocer por qué fue necesario desarrollar un concepto y estudiar cómo evolucionó a lo largo del tiempo, pues este conocimiento, ayuda a comprender sus aplicaciones.

Pese a esa ventaja, en nuestro país se ha usado poco a la historia para la enseñanza de las matemáticas. Y es labor de los docentes escoger hasta qué grado de profundidad y en qué medida incluimos la historia en la presentación, exposición e introducción de los distintos conceptos y contenidos a nuestro alumnado.

O.D.

La historia se puede y se debe utilizar para entender y hacer comprender una idea difícil del modo más adecuado. La historia (5) promueve un cambio de actitud hacia la matemática, ayuda a explicar y superar obstáculos conceptuales y comprender su uso, incentiva la reflexión y una actitud crítica en el estudiante, es un recurso integrador de la matemática a otras disciplinas y aumenta el interés y la motivación de los estudiantes hacia la matemática.

Al comenzar unidades o determinadas sesiones, podemos mencionar anécdotas en un contexto histórico, o presentar actuaciones de matemáticos famosos relacionados con el tema, así como introducciones históricas de los conceptos que son nuevos para los estudiantes.

HISTORIA

El concepto de número es tan antiguo como la matemática misma. Incluso podría decirse que es más antigua que ésta, ya que, desde sus orígenes, el hombre ha sabido distinguir los conceptos de uno, dos y varios.

Observando la naturaleza, el hombre reparó en las diferencias pero también en las semejanzas entre los objetos, llegando, por ejemplo, a que una oveja y un rebaño tienen en común su unidad. Asimismo, el concepto de pareja debió surgir al observar la relación entre los ojos, las manos, los pies... De esta forma se fue creando la idea abstracta de número cardinal.

Posteriormente, el hombre debió sentir la necesidad de representar de alguna manera esta propiedad de contar. En un principio lo haría con los dedos, de ahí que la base diez sea una de las más utilizadas por distintas culturas. A medida que el cardinal de los conjuntos fue mayor, el hombre no tuvo suficiente con los dedos de las manos. Es probable que utilizase piedras (cálculos, de ahí el nombre de Cálculo), trazos en la arena.., y más tarde métodos más duraderos como muescas en palos y huesos.

El siguiente paso en la evolución de las "matemáticas" consiste en pasar de estos métodos a asignar un signo específico para todos los conjuntos que tuviesen el mismo cardinal. Aquí aparecen los sistemas de numeración. Este proceso fue bastante lento y resuelto de muy distinta manera por las diferentes culturas.

A continuación, desarrollaremos el tema siguiendo el índice anteriormente expuesto y basándonos fundamentalmente en dos grandes bloques: evolución histórica y sucesivas ampliaciones del concepto de número.

10.2. Evolución histórica: los números en la Antigüedad

10.2.1. Civilización babilónica

La civilización babilónica engloba un conjunto de pueblos que vivieron en Mesopotamia en un periodo que comienza hacia el 5000 a.C. y termina en los primeros tiempos del cristianismo (nacimiento de Cristo). Incluye pueblos como los sumerios, asirios, acadios, babilonios,...

Las civilizaciones de la Antigua Mesopotamia utilizaban sistemas de numeración en los que por primera vez aparece la noción de base, que establece un principio de agrupamiento de cantidades.

De todos modos entre los sistemas de numeración utilizados por estas civilizaciones cabe destacar el babilónico, que sólo emplea dos signos: γ para la unidad y < para el 10. La reiteración de la unidad y la decena sirve para representar los números del 1 al 60. Para escribir números mayores empleaban el método del **valor posicional**, es decir, hacían varios grupos, debiendo multiplicarse cada uno de los números expresados por la correspondiente potencia de sesenta (equivalente a nuestro sistema sexagesimal para medir el tiempo).

<u>No conocen el cero</u>, al que sustituyen por un espacio en blanco, lo que da lugar a confusiones. También eran capaces de hacer <u>el desarrollo sexagesimal de una fracción</u>. <u>Conocían la resta</u>, pero como operación inversa de la suma, ya que no aceptaban los números negativos. Aunque <u>eran capaces de resolver ecuaciones de segundo grado</u>, fracasaban en aquellas que tenían alguna raíz negativa.

10.2.2. Civilización egipcia

Comprende desde al año 3100 a.C hasta el 322 a.C. Tenemos conocimiento de la cultura matemática de los egipcios gracias a diversos papiros que han llegado a nuestros días. Los más importantes son el papiro de Rhind (escrito hacia el 1650 a.C) y el de Moscú (escrito hacia el 1850 a.C).

Gracias a ellos sabemos que se <u>aceptaban como números los naturales, junto con las fracciones de numerador uno y, curiosamente, la fracción 2/3</u>, para la que tenían incluso un símbolo especial.

Para representar los números empleaban dos sistemas de numeración:

El **jeroglífico**, que era un sistema de agrupamiento múltiple, aditivo, no posicional y en base 10. Algunos de sus símbolos eran | para el 1, 1 para el 10, φ para el 100,... Para escribir un número se escribía cada símbolo tantas veces como fuera necesario. Para representar las fracciones unitarias escribían el denominador con un signo oval encima.

El **hierático**, que es también decimal (= de base 10) aunque no aditivo, pues la constante repetición de un signo era sustituida por signos especiales.

10.2.3. La cultura griega

La civilización griega empezó su historia hacia el siglo VIII a.C.

Los matemáticos griegos manejaban varios sistemas de numeración, entre los que cabe destacar:

El **sistema ático**. Se trata de un sistema aditivo en base 10 en que los signos utilizados, salvo la unidad que es una raya vertical, corresponden a la primera letra de la palabra que indica cada cantidad.

El **sistema jónico o alfabético**. Este sistema es también aditivo, en base 10, y utiliza 27 letras, agrupadas en tres conjuntos de nueve, para designar los números del 1 al 9, del 10 al 90 y del 100 al 900. Un acento precediendo a un número menor o igual que 9, indicaba que dicho número estaba multiplicado por 1000.

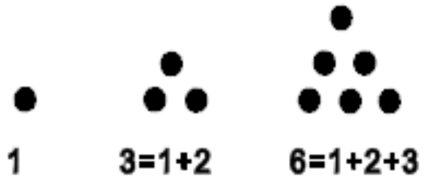
<u>En ninguno de estos sistemas consideraban al cero</u>, y <u>sólo aceptaban como números a los naturales</u>. El concepto que más manejaban era el de magnitud, y <u>consideraban a los números como un tipo particular de magnitud</u>. Definían las <u>razones como "clases de relación entre dos magnitudes del mismo tipo"</u>. Según esta definición, las fracciones eran razones entre números, pero no las consideraban como verdaderos números.

Para **Thales de Mileto** (siglo VI-VII a.C.) todos los números eran razones entre números naturales, debiendo esperar a que la **escuela Pitagórica** demostrara la imposibilidad de expresar como fracción la raíz cuadrada de 2. Esta escuela es sin duda una de las más importantes de la época. <u>Tenían el concepto de divisor</u> y, a partir de él, <u>el concepto de número primo y compuesto</u>. Ya en el siglo III a.C., **Eratóstenes** presentó al rey Ptolomeo III de Egipto la tabla de números primos conocida como "Criba de Eratóstenes".

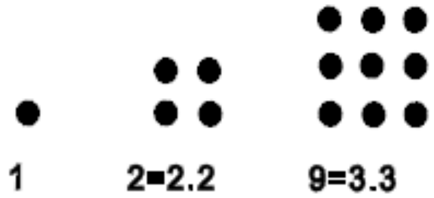
<u>Son capaces de calcular el m.c.d. y el m.c.m.</u> de dos números. En la proposición I del libro VII de "Los Elementos" de **Euclides** (hacia el 300 a.C.) se anuncia el método de cálculo del m.c.d. que hoy conocemos como "Algoritmo de Euclides".

Los griegos, y más concretamente Pitágoras (siglo VI a.C.) estudiaron los números relacionándolos con ciertas construcciones geométricas hechas con puntos. Así hablan de distintos tipos de números:

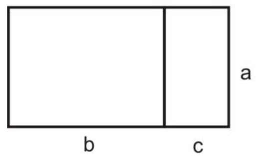
Triangulares



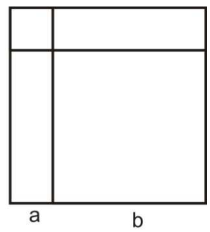
Cuadrados



Los matemáticos griegos llegaron a demostrar algunas de las propiedades de las operaciones con números, aunque haciéndolas para magnitudes, tales como áreas y longitudes; por ejemplo la distributividad de la suma respecto al producto o la fórmula del cuadrado de un binomio:



a(b+c)=ab+ac



$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$

Así mismo, estas construcciones geométricas servían para resolver algunas ecuaciones lineales y cuadráticas, al menos las de los tipos $x^2=a-b$, $ax+x^2=b$.

También las construcciones geométricas le sirvieron a **Arquímedes** (siglo III a.C.) para aproximar el número π. Su método consistía en inscribir y circunscribir polígonos en un círculo. Al aumentar el número de lados (llegó hasta el polígono de 96 lados) los polígonos se iban haciendo más próximos a la circunferencia, con lo que obtuvo una muy buena aproximación para π: $3+\frac{10}{71}<\pi<3+\frac{10}{70}$.

10.2.4. La numeración romana

El sistema de numeración romano es del que más vestigios quedan en nuestros días, debido a su gran influencia en la cultura occidental. Es un sistema de numeración aditivo (quizás también tiene algo de posicional) que utiliza los símbolos: I=1; V=5; X=10; L=50; C=100; D=500; M=1000; sujetos a una serie de reglas.

10.2.5. Otras civilizaciones

Los **matemáticos hindúes** aceptaban los números negativos, siendo Brahmagrupta el primero en aceptar las raíces negativas de una ecuación. Conocían la regla de los signos y aceptaban como números las raíces irracionales y también el cero. Bhaskara escribió un tratado de aritmética en el que exponía el procedimiento de cálculo, no de fomra geométrica como los griegos, sino algebraica, de las raíces cuadradas.

En la **civilización China** se utilizaba el sistema de numeración decimal, empleándose dos tipos de cifras que se iban alternando. Los matemáticos chinos manejaban conceptos equivalentes a números positivos y negativos, representando los positivos en color rojo y los negativos en negro. En sus resoluciones de ecuaciones no aceptaban que un número negativo fuese solución de una ecuación. Un libro chino que data del siglo III a.C. ya habla de métodos de resolución de sistemas de ecuaciones empleando métodos similares a los que hoy conocemos como Regla de Cramer.

En la época de florecimiento de la **cultura árabe** se produjo uno de los hechos más significativos en cuanto a los números se refiere. El matemático y astrónomo **Mohamed ibn-Musa-al-Khowarizmi** fue quien adoptó en el siglo IX definitivamente el sistema de numeración hindú que hoy conocemos como sistema decimal. Aceptó también definitivamente el cero como número y escribió un tratado que sintetizaba multitud de conocimientos relativos a la resolución de problemas con ecuaciones tanto lineales como cuadráticas y coeficientes enteros y fraccionarios.

10.3. Evolución histórica: los números en el Renacimiento

Sin duda alguna, fueron los números negativos los protagonistas de las Matemáticas durante todo el Renacimiento. Al principio fueron utilizados por su eficacia para el cálculo, pero se rechazaba la idea de interpretarlos como verdaderos números. Fueron llamados números ficticios, absurdos y también, cuando se obtenían como solución de una ecuación, raíces falsas y valores negativos.

Repasemos las aportaciones más interesantes de la época.

El principal matemático de principios del Renacimiento fue **Joham Müller** (1436-1476), que aceptó la introducción de los irracionales como números y estudió sus propiedades.

Nicolás Chuquet (fallecido hacia el 1500) utilizaba exponentes negativos, aunque no los interpretaba como números. Estudiando ecuaciones polinómicas se encontró con soluciones imaginarias, a las que no daba ningún sentido.

Michel Stifel (1487-1567) en su obra "Arithmetica integra" publicada en 1544, utiliza los números negativos, aunque sigue sin aceptar que puedan ser raíces de ecuaciones. Los designa con la notación actual de poner un signo + a los positivos y - a los negativos.

En 1541, el italiano **Niccolo Fontana** (Tartaglia) descubre el método de resolución de las ecuaciones polinómicas de tercer grado. Es la primera vez que para obtener resultados reales se hace uso de los números complejos.

Resulta lógico que no se consideren verdaderos números a los complejos, al igual que ocurría con los negativos. Es curioso, sin embargo, que se aceptaran los irracionales.

Hubo que esperar a que el matemático flamenco **Albert Girad**, en un trabajo publicado en 1629, aceptara por fin las raíces negativas de una ecuación, consiguiendo así las relaciones entre los coeficientes y las raíces de un polinomio de tercer grado. Considera que, en Geometría, los números negativos suponen un retroceso, mientras que los positivos son un avance.

10.4. Evolución histórica: el número en los siglos XVII y XVIII

Por fin durante estos siglos se afianza el concepto de número negativo como tal. Se sigue trabajando con irracionales y los números complejos adquieren un importante papel en las Matemáticas. Es sin duda una etapa muy decisiva por los importantes resultados que se probaron y sobre todo por las notaciones introducidas.

René Descartes (1596-1650) es capaz de determinar el número de raíces positivas y negativas de un polinomio mediante la que todavía es conocida Regla de Descartes.

La primera aceptación total de los números negativos con las mismas características que los positivos se debe a **Joham Hudde** (1629-1704).

Pierre Fermat (1601-1655) entre otros muchos resultados sobre teoría de números, hizo una demostración mediante su "descenso infinito" de que la raíz cuadrada de 3 es irracional.

La extensión del uso de los números decimales se debió al belga **Simon Stevin**, que se propuso como objetivo mostrar que los cálculos y las medidas pueden simplificarse con la utilización de decimales.

Leibniz (1646-1716), ya usa los números complejos en sus trabajos. Los principales impulsores de la aceptación de los números complejos fueron **Euler** (1707-1783) y algo después **Gauss**. Es Euler quien introduce la notación "i" para la unidad imaginaria, aunque este uso no fue adoptado hasta la publicación de las "Disquisitiones Arithmeticae", de Gauss, en 1801. Gauss, en su tesis doctoral (1799) demuestra el "Teorema Fundamental del Álgebra", que es la culminación de la aceptación del número complejo.

Aunque Euler no fue el primero en utilizar la letra π para representar la razón de la longitud de la circunferencia al diámetro, su uso se extendió y se mantuvo gracias a él. En 1761, **Lambert** demostraba que π era irracional.

También es Euler el que introduce el número "e" como base de los logaritmos y lo define como "el número cuyo logaritmo hiperbólico el igual a 1".

10.5. Evolución histórica: siglo XIX y XX

Con la publicación en 1801 de las "Disquisitiones Arithmeticae" de **Gauss** se abre un nuevo panorama en la Aritmética. Citemos algunas de las aportaciones de Gauss a la teoría de números:

- Define el concepto de congruencia utilizando la misma notación aceptada hoy en día.
- Construye el anillo de los "enteros de Gauss", formado por los números complejos que tienen parte real e imaginaria enteras.
- Aporta una demostración del teorema de Fermat de que cualquier número primo que sea congruente con 1 módulo 4 es suma de dos cuadrados.

- Conjetura la denominada "Ley asintótica de los números primos", que asegura que $\lim_{x\to\infty} \frac{\pi(x)}{\frac{x}{\log x}} = 1$, donde π(x) es el número de primos menores que x. Este teorema fue demostrado por **Vallèe-Poussin y Hadamard** en 1896.

De Morgan (1806-1871) vio que, pasando del "álgebra simple" (números reales) al "álgebra doble" (números complejos) permanecen las reglas de operación. Pensaba que este álgebra doble era posible, pero que era imposible un álgebra triple o cuádruple. Este resultado puede resumirse en el denominado "Teorema final de la Aritmética", que dice así: el único cuerpo conmutativo que es un espacio vectorial de dimensión finita sobre el cuerpo de los números reales es el cuerpo de los números complejos.

Hamilton (1805-1865) comprobó que sí era posible un "álgebra cuádruple". Construyó H, cuerpo de los cuaterniones, que es un cuerpo, aunque no conmutativo, y además es un espacio vectorial de dimensión 4 sobre ℝ. (Su construcción es análoga a la del cuerpo de los complejos).

El concepto de cuerpo se encuentra implícito en los trabajos de **Abel** (1801-1829) y **Galois** (1811-1832), pero fue **Dedekind**, en 1879, el primero en dar una definición del mismo.

Frege (1848-1925), en su obra "Sobre los principios de la Aritmética", publicada en 1884, dio el concepto actual de cardinal, basándose en los trabajos sobre teoría de conjuntos de **Boole** (1815-1864) y **Cantor** (1845-1918).

A partir de los trabajos de Cantor sobre conjuntos comenzó a interesar la formalización de toda la matemática, en especial de los conjuntos numéricos conocidos, a saber: los naturales, los enteros, los racionales, los reales, los complejos y los cuaterniones.

La introducción más extendida de los números naturales se debe a **Peano** (1858-1932), que define este conjunto de forma axiomática.

El conjunto más conflictivo de definir fue sin duda el de los números reales. Aparecieron diferentes versiones de su construcción, entre las que cabe destacar los métodos axiomáticos, el método de las cortaduras de Dedekind, y el método de clase de equivalencia de sucesiones de Cauchy.

10.6. Sucesivas ampliaciones del concepto de número. Problemas que resuelven

La visión actual de las Matemáticas, cuando se comienzan a formalizar las sucesivas estructuras numéricas, es la de empezar desde lo más básico, los naturales, y a partir de ahí construir los demás conjuntos numéricos atendiendo a las necesidades que surgen para resolver los distintos problemas. Así se definen los enteros, luego los racionales, los reales y por último, los complejos (los cuaterniones, como ya hemos dicho, tienen una construcción a partir de ℝ similar a la de los complejos), aunque ya sabemos que éste no es el orden de aparición y aceptación.

10.6.1. Los números naturales

Los números naturales, ℕ, surgen de manera espontánea como cardinales de los conjuntos finitos.

Kronecker (1823-1891) dice que "los naturales los hizo Dios; todos los demás números son obra del hombre".

Como ya hemos comentado, una de las maneras más sencillas de introducir los números naturales es mediante la axiomática de Peano. Se llama conjunto ℕ de los números naturales a cualquier conjunto en el que se ha definido una relación de orden total ≤ que cumple los siguientes axiomas:

i. Existe un número natural que es menor que todos los demás, es decir, existe un elemento 1∈ℕ tal que 1≤n, para todo n ∈ ℕ. A 1 se le llama el elemento mínimo (o primer elemento) de ℕ.
ii. Para cada número natural n existe otro número natural n' tal que n < n' y tal que si algún m ∈ ℕ cumple que n≤m≤n', entonces m = n o m = n'. Se dice que n' es el siguiente de n en el orden considerado y el axioma afirma que cada número natural tiene su siguiente.
iii. **Principio de inducción matemática**: Todo subconjunto de ℕ que contenga al elemento 1 y al siguiente de cada uno de sus elementos es el propio conjunto ℕ, esto es, si un subconjunto S de ℕ contiene al elemento mínimo 1 y es tal que si n ∈ S entonces n' ∈ S, dicho subconjunto es S = ℕ.

En este conjunto se define una suma y un producto con determinadas propiedades.

10.6.2. Los números enteros

En $\mathbb{N}$, una ecuación del tipo $a+x=b$ con $b<a$ no tiene solución. Además surge la necesidad de expresar mediante números las ideas de deuda, de retroceso, de pérdida, etc.

La construcción de $\mathbb{Z}$ a partir de los naturales es la siguiente:

En el producto $\mathbb{N}x\mathbb{N}$ se define la relación de equivalencia $(a,b)\sim(c,d)$ si y sólo si $a+d=b+c$. Al conjunto cociente que aparece se le llama conjunto de los números enteros, $\mathbb{Z}$.

Se demuestra que $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$, y que las operaciones + y · definidas en $\mathbb{N}$ se extienden a los números enteros, dándoles a $\mathbb{Z}$ estructura de Dominio de Integridad.

10.6.3. Los números racionales

En $\mathbb{Z}$ no tiene lugar la división cuando el dividendo no es múltiplo del divisor. Por tanto, en $\mathbb{Z}$ no siempre se pueden resolver las ecuaciones del tipo $ax=b$.

Los números racionales surgen entonces para dar solución a este problema, aunque sus usos van más allá, puesto que un número racional puede interpretarse como una división, como una fracción o como una razón.

La construcción de $\mathbb{Q}$ es la siguiente:

En $\mathbb{Z}$ x $\mathbb{Z}^*$ (donde $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$) se define la relación de equivalencia $(a,a')\sim(b,b')$ si y solo si $ab'=a'b$. El conjunto cociente que aparece es el conjunto de los números racionales.

Como antes, se prueba la inmersión de $\mathbb{Z}$ en $\mathbb{Q}$, y la extensión de las operaciones, que convierten a $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ en un cuerpo conmutativo.

Cabe señalar aquí una propiedad importante de los números racionales, y es que $\mathbb{Q}$ es un conjunto numerable y denso.

10.6.4. Los números reales

Cuando los pitagóricos descubrieron que la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles con catetos iguales a la unidad de longitud, no podía ser medida por un número racional, creían que esto era un defecto en el trabajo de Dios, y juraron que jamás divulgarían la existencia de esos "seres deformes" a los profanos.

En la construcción sucesiva que estamos siguiendo vemos que hay ecuaciones tan simples como $x^2-a=0$ que no tienen solución en $\mathbb{Q}$ a no ser que "a" sea un cuadrado perfecto. Es más, hay sucesiones de Cauchy que no tienen límite en $\mathbb{Q}$, conjuntos mayorados que no tienen supremo en $\mathbb{Q}$. Todo esto nos lleva a que los números racionales son incompletos, y aparecen los números reales como unión de los raciones y los irracionales.

Ya hemos comentado que las construcciones de $\mathbb{R}$ son muy diversas, pero además son muy largas y complicadas. Quizás los más sencillo sea introducir $\mathbb{R}$ de forma axiomática. También son diferentes las formas axiomáticas de definir $\mathbb{R}$, ya que además de los 4 axiomas algebraicos y los 3 axiomas de orden, se hace necesario un 8º axioma que toma la forma de axioma del supremo, o axioma de **Dedekind** (o del continuo), o también axioma de los Intervalos Encajados de Cantor. Lo importante es que todas estas versiones son equivalentes.

Es inmediato que $\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$, pero se da una propiedad aún más fuerte: $\mathbb{Q}$ es denso en $\mathbb{R}$, esto es, entre dos números reales cualesquiera siempre existe un número racional.

10.6.5. Los números complejos

En $\mathbb{R}$, por ser un cuerpo ordenado, los números negativos no tienen raíz cuadrada. Entonces las ecuaciones del tipo $x^2+a=0$, con $a>0$, carecen de solución. Para resolver esta deficiencia se introducen los números complejos.

Se define $\mathbb{C}=\mathbb{R}x\mathbb{R}$ y las operaciones suma $((a,b)+(c,d)=(a+c,b+d))$ y producto $((a,b)\cdot(c,d)=(ac-bd,ad+bc))$. Con todo esto $(\mathbb{C},+,\cdot)$ es un cuerpo conmutativo, como ya sabemos, y además es un espacio vectorial real de dimensión 2.

Al elemento (0,1) se le llama unidad imaginaria y se denota por i. Cualquier complejo (a,b) se denota por a+bi, donde a es la parte real y b es la parte imaginaria de dicho complejo. Se verifica que $i^2=-1$.

Se puede ver entonces que $\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$, de forma que un número real es un número complejo con parte imaginaria nula.

Al ampliar $\mathbb{R}$ a $\mathbb{C}$ se pierde el orden: no se puede definir en $\mathbb{C}$ una relación de orden compatible con la operaciones + y ·. Sin embargo, ganamos en el sentido que da el Teorema fundamental del Álgebra: "Todo polinomio de grado mayor o igual que 1 tienen al menos una raíz en $\mathbb{C}$"; por tanto, un polinomio de grado n tendrá exactamente n raíces en $\mathbb{C}$.

10.7. Resumen

<table>
<tr><th colspan="3">EVOLUCIÓN HISTÓRICA</th></tr>
<tr><td rowspan="4">ANTIGÜEDAD</td><td>Civilización babilónica</td><td>• No conocen el cero.
• El desarrollo sexagesimal de una fracción.
• Conocían la resta.
• Eran capaces de resolver ecuaciones de segundo grado.</td></tr>
<tr><td>Civilización egipcia</td><td>Aceptaban como números los naturales, junto con las fracciones de numerador uno y, curiosamente, la fracción 2/3.</td></tr>
<tr><td>Cultura griega</td><td>• En ninguno de los sistemas consideraban al cero.
• Sólo aceptaban como números a los naturales.
• Consideraban a los números como un tipo particular de magnitud.
• Razones como "clases de relación entre dos magnitudes del mismo tipo".
• Tenían el concepto de divisor y el concepto de número primo y compuesto. Son capaces de calcular el m.c.d. y el m.c.m.
• Estudiaron los números relacionándolos con ciertas construcciones geométricas hechas con puntos.
• Demuestran algunas de las propiedades de las operaciones con números.
• Áreas y longitudes.
• Fórmula del cuadrado de un binomio.</td></tr>
<tr><td>Roma</td><td>Sistema de numeración aditivo.</td></tr>
<tr><td>Renacimiento</td><td colspan="2">• Joham Müller: aceptó la introducción de los irracionales como números y estudió sus propiedades.
• Nicolás Chuquet: utilizaba exponentes negativos.
• Michel Stifel: utiliza los números negativos.
• Niccolo Fontana: método de resolución de las ecuaciones polinómicas de tercer grado.
• Albert Girad: aceptara por fin las raíces negativas de una ecuación.</td></tr>
<tr><td>XVII-XVIII</td><td colspan="2">• René Descartes: determinar el número de raíces positivas y negativas de un polinomio.
• Joham Hudde: aceptación total de los números negativos con las mismas características que los positivos.
• Pierre Fermat: descenso infinito.
• Simon Stevin: extensión del uso de los números decimales.
• Leibniz, Euler, Gauss: números complejos.</td></tr>
<tr><td>XIX-XX</td><td colspan="2">• Gauss: "Disquisitiones Arithmeticae".
• De Morgan: pasa del "álgebra simple" al "álgebra doble".
• Hamilton: álgebra cuádruple.
• Abel y Galois: el concepto de cuerpo.
• Frege: concepto actual de cardinal
• Peano: axiomas.</td></tr>
</table>

SUCESIVAS AMPLIACIONES DEL CONCEPTO DE NÚMERO. PROBLEMAS QUE RESUELVEN.

10.8. Conclusión

DESARROLLO TEMA

En este tema se han tratado dos grandes bloques.

El primero de ellos, correspondiente a la evolución histórica del concepto de número, abordando el concepto de número en las distintas épocas. Viendo qué números eran aceptados en cada época, por qué no aceptaban otros, qué sistemas de numeración utilizaban, estudiando las distintas aportaciones de los distintos matemáticos. En definitiva, se ha estudiado la evolución del concepto de número.

En un segundo bloque, como consecuencia de la formalización habida a principios del siglo XX, se estudia la formalización de las sucesivas ampliaciones del concepto de número. Empezando desde lo más básico, los naturales, y a partir de ellos construir los demás conjuntos numéricos atendiendo a las necesidades que surgen para resolver los distintos problemas.

APLICACIONES

Como ya hemos comentado en la introducción del presente tema, pese a que en el currículo no tiene un carácter de tratamiento estricto la historia de la matemática en sí misma, su utilidad es irrefutable a la hora de introducir nuevos conceptos en el aula, incluso de plantear problemáticas tal y como surgieron a lo largo de la historia al alumnado con el objetivo de que sean capaces ellos mismos de discernir acerca de las posibles aplicaciones de cada uno de los aprendizajes que se trabajan en esta área.

10.9. Bibliografía

BOYER: Historia de la matemática. Ed. Alianza Universidad Textos, Madrid, 1986.

KLEIN: El pensamiento matemático desde la antigüedad hasta los tiempos modernos. Ed. Alianza, Madrid, 1992.

STEWART: Historia de las matemáticas: en los últimos 10000 años. Ed. Crítica. Barcelona, 2008.

RUBNIKOV: Historia de la matemática. Ed. Mir, Moscú, 1987.

TEMARIO DEIMOS

TEMARIO GAMBOA

TEMARIO MATEMÁTICAS DIVERTIDAS

TEMARIO CLAUSTRO