

## Tabla de contenido

<b>GEOMETRÍA.....</b>	<b>2</b>
<b>ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD .....</b>	<b>3</b>
<b>FUNCIONES.....</b>	<b>6</b>
<b>ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES.....</b>	<b>7</b>
<b>PROPORCIONALIDAD.....</b>	<b>8</b>

## GEOMETRÍA

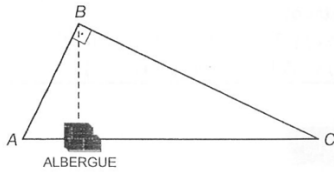
---

- ◇ Apoyamos una escalera de 12 m en una pared para acceder a una ventana. Desde el pie de la escalera al pie del edificio hay un obstáculo y no podemos medir directamente la distancia entre ambos pies. La escalera forma un ángulo con el suelo de  $60^\circ$ . Calcule las longitudes siguientes:
  - a) Distancia del pie de la escalera a la pared
  - b) Altura a la que se apoya la escalera en la pared.
- ◇
  - a) Indicar cuál es el lugar geométrico de los puntos del plano que distan 5 unidades del punto A (2, 3).
  - b) Calcular su ecuación.
  - c) Determine cuáles de los siguientes puntos pertenecen al lugar geométrico: D (6,6), E (4,7).
  - d) Determine la posición relativa del lugar geométrico y la recta  $r: 3x - 4y + 4 = 0$ .
- ◇ Desde el extremo superior de un poste vertical hay tendido un cable hasta el suelo. El cable sigue una línea recta y el punto del suelo en el que está fijado se sitúa a 5 m del pie del poste. El cable forma con el suelo un ángulo  $\alpha$  cuyo seno es igual a  $12/13$ 
  - a) Calcule  $\cos \alpha$
  - b) Determine la altura del poste y la longitud del cable.
- ◇ Para acceder a la parte superior de una valla, se coloca una escalera apoyada en el borde de la misma y formando con el suelo un ángulo  $\alpha$  cuyo seno vale 0,8. La base de la escalera queda a una distancia horizontal de 6 m respecto de la valla.
  - a) Calcule el coseno y la tangente del ángulo  $\alpha$ .
  - b) Calcule la altura de la valla y la longitud de la escalera utilizada.
- ◇ Una partícula se desplaza sobre un plano describiendo una trayectoria  $r$  en la línea recta que pasa por los puntos (-5,0) y (0,2) de un sistema de ejes cartesianos definido en el plano.

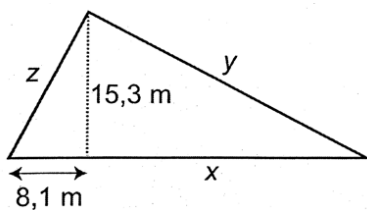
Otra partícula se desplaza por el mismo plano a lo largo de la recta  $s$ , de ecuación:  
 $-7x + 3y - 6 = 0$ .

  - a) Determine la ecuación cartesiana de la recta  $r$ .
  - b) Halle el punto de corte de ambas trayectorias.
- ◇ Apoyamos una escalera de 12 m en una pared para acceder a una ventana. Desde el pie de la escalera al pie del edificio hay un obstáculo y no podemos medir directamente la distancia entre ambos pies. La escalera forma un ángulo con el suelo de  $60^\circ$ . Calcule las longitudes siguientes, y exprese el resultado con un error menor que 1 cm:
  - a) Distancia del pie de la escalera a la pared;
  - b) Altura a la que se apoya la escalera en la pared.
  - c) Javier está sentado en la orilla de un río mientras observa la torre de una iglesia que está en la orilla opuesta. Mide el ángulo que forma su visual con el punto más alto de la torre y obtiene  $35^\circ$ ; retrocede 5 m y mide el nuevo ángulo, obteniendo en este caso un ángulo de  $25^\circ$ . Calcula la altura de la torre y la anchura de río. Exprese el resultado redondeando a las centésimas.

- d) Calcule el perímetro del triángulo ABC que se muestra en la figura sabiendo que  $AC=5$  km y la distancia B al albergue es de 2,4 km. Exprese el resultado redondeado a las centésimas.



- ◇ María y Javier han comprado una vivienda en la que comparten un terreno en forma de triángulo rectángulo, donde quieren construir un jardín. La altura y la proyección de un lado sobre el lado mayor (hipotenusa) miden 15,3 m y 8,1 m, respectivamente. Calcule el perímetro y la superficie del jardín expresando el resultado con una aproximación a las décimas.



- ◇ Estudie razonadamente la posición relativa de las dos siguientes parejas de rectas. En el caso de que sean secantes, calcule el punto de corte.
- a)  $r_1: 2x - 3y + 5 = 0$  y  $r_2: x + 3y + 1 = 0$
- b)  $s_1: -x + y - 2 = 0$  y  $s_2: 2x - 2y = 5$
- ◇ Consideramos la recta  $r$  que pasa por los puntos  $A(1,3)$  y  $B(-1,5)$ .
- a) Calcule su pendiente.
- b) Halle la ecuación de dicha recta.
- c) Estudie razonadamente la posición relativa de la siguiente pareja de rectas:

$$r_1: x + y - 5 = 0 \text{ y } r_2: -x + y - 3 = 0$$

En el caso de que sean secantes, calcule su punto de corte.

- ◇ Dados los puntos  $A(2,-3)$  y  $B(-1,4)$ :
- a) Halle la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos.
- b) Calcule la pendiente de la recta que pasa por A y B.
- c) Calcule la ecuación de una recta que pase por  $B(-1,4)$  y sea paralela a la recta  $2x + 6y - 1 = 0$ .

## ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

- ◇ En la tabla que aparece a continuación se muestran los datos del número de bibliotecas por cada 10.000 habitantes en cada una de las comunidades o ciudades autónomas españolas.
- a) Calcule la media de los datos.
- b) Agrupe los datos en intervalos de amplitud 0,6, comenzando por 0,8 (es decir, primer intervalo:  $[0,8 ; 1,4)$ , y así sucesivamente hasta el sexto intervalo:  $[3,8 ; 4,4]$ ); indique en una tabla la frecuencia de cada intervalo y represente un histograma de los datos agrupados.

Comunidad/Ciudad Autónoma	Bibliotecas por cada 10 000 hab.

1	Andalucía	1,1
2	Aragón	2,8
3	Asturias	1,5
4	Baleares	1,6
5	Canarias	1
6	Cantabria	1,3
7	Castilla y León	1,8
8	Castilla - La Mancha	3,1
9	Cataluña	1,2
10	Comunidad Valenciana	1,3
11	Extremadura	4,4
12	Galicia	2,1
13	Madrid	0,8
14	Murcia	0,9
15	Navarra	2,1
16	País Vasco	1,5
17	La Rioja	1,2
18	Ceuta	2,1
19	Melilla	1,5

- ◇ En una urna hay nueve bolas numeradas del 1 al 9. Hallar la probabilidad de que al extraer dos bolas de forma consecutiva y sin restitución, estas sean las dos pares o las dos impares.
- ◇ En un hospital se quiere estimar el peso de las niñas recién nacidas. Para ello se seleccionan, de forma aleatoria, cien de estas, obteniéndose los siguientes resultados:

Intervalos (kg)	[1;1,5)	[1,5;2)	[2;2,5)	[2,5;3)	[3;3,5)	[3,5;4)	[4;4,5)	[4,5;5)
Nº de niñas	1	2	5	20	40	26	5	1

◇ Apartado a:

Lanzamos un dado tres veces seguidas. Calcule la probabilidad de obtener:

- i) A= "Tres cincos".
- ii) B= "El mismo número las tres veces".

Apartado b:

Se quiere hacer un estudio para ver el número de horas semanales que los niños están frente a la televisión. Para ello se ha preguntado a 40 familias con hijos de edades comprendidas entre 2 y 5 años, por el número de horas semanales que sus hijos ven la televisión. Las respuestas han sido las siguientes:

10	15	5	35	40	27	32	36	40	41
2	4	13	24	33	28	40	32	30	21
16	1	7	18	24	7	28	29	38	41
23	20	21	32	34	6	12	23	26	31

- i) Haga una tabla de frecuencias agrupando los datos en 6 intervalos.
- ii) Calcule la media y la desviación típica.

Expresar los resultados con una aproximación a las centésimas.

- ◇ En una urna, tenemos 4 bolas blancas y 8 negras. Sacamos dos bolas a la vez. Calcule la probabilidad de obtener:
  - a) Dos bolas blancas.
  - b) Dos bolas de distinto color.
- ◇ En unos multicines hay 20 salas de proyección. En 7 salas proyectan películas de acción y en 5 salas películas románticas. Elegimos una sala al azar. Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:
  - a) P(A) siendo A=sea una película de acción.
  - b) P(B) siendo B=no sea una película romántica.
  - c) P(C) siendo C=no sea ni película de acción ni película romántica.
  - d) P(D) siendo D=sea película de acción o película romántica.
- ◇ De una bolsa que contiene 10 bolas amarillas y 5 bolas blancas extraemos en primer lugar una bola al azar y sin devolverla a la bolsa extraemos otra bola al azar. Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:
  - a) P(A) siendo A=extraer dos bolas amarillas.
  - b) P(B) siendo B=extraer una bola de cada color.
  - c) P(C) siendo C=extraer dos bolas del mismo color.
  - d) P(D) siendo D=extraer al menos una bola blanca.
- ◇ Se ha realizado una encuesta a 350 estudiantes universitarios sobre sus preferencias respecto a elegir la playa o la montaña como lugar de veraneo. Del total de los encuestados, 195 eran varones. 185 han preferido la montaña, de entre los cuales, 92 eran mujeres.
  - a) Complete la siguiente tabla de contingencia con la información anterior:

	Mujer	Varón	Totales
Playa			

Montaña			
Totales			

Si se elige un encuestado al azar, calcule la probabilidad de:

- b) Que sea mujer.
- c) Que prefiera la playa.
- d) Que sea varón y prefiera la montaña.

## FUNCIONES

---

- ◇ Dada la ecuación de la parábola  $y = x^2 + 2x + 1$ , hallar:
  - a) El vértice.
  - b) Los puntos de corte con los ejes de coordenadas.
  - c) Su representación aproximada.
- ◇ Considere la función  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 
  - a) Determine su dominio.
  - b) Encuentre los puntos de corte de la gráfica de la función con los ejes coordenados.
  - c) Localice su vértice.
  - d) Represente la gráfica de la función.
- ◇ Determine el dominio de las siguientes funciones:
  - a)  $y = \frac{5x+1}{3x^3-5x^2-2x}$
  - b)  $y = \frac{6}{\sqrt{2x-3}}$
- ◇ Determine el dominio de las siguientes funciones:
  - a)  $y = \frac{2x^2-3}{x^3+2x^2+x}$
  - b)  $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$
- ◇ Calcule el dominio de definición de la función  $f(x) = \frac{2x+1}{x^3-x}$
- ◇ La función que muestra los beneficios/pérdidas obtenidos por la venta de un determinado productos de ocio vacaciones viene dada por  $f(q) = -q^2 + 500q - 40000$ , siendo q=número de unidades vendidas.
  - a) Halle el beneficio que se obtendría con la venta de 300 unidades.
  - b) Calcule el beneficio máximo y el número de unidades que sería necesario vender para alcanzar dicho beneficio máximo.
  - c) Calcule el intervalo  $(q_1, q_2)$  en el que podemos garantizar que se obtendrán beneficios en la venta del producto.
- ◇ Dada la función  $f(x) = \ln(x - 2)$ 
  - a) Calcule su dominio de definición.
  - b) Calcule sus cortes con los ejes.

## ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

---

- ◇ Un grupo de amigos fueron dos días a un bar, donde hicieron consumiciones que pagaron con un fondo común. Ahora quieren saber el gasto que hizo cada uno, pero no recuerdan los precios de los artículos. Recuerdan que el primer día pagaron 21,60 € por 5 bocadillos y 8 bebidas, y que el segundo día pagaron 13,20 € por 3 bocadillos y 5 bebidas. Todos los bocadillos tenían el mismo precio, al igual que todas las bebidas.
  - a) Plantee un sistema de ecuaciones que permita determinar los precios que buscamos.
  - b) Calcule el precio de cada bocadillo y de cada bebida.
- ◇ En una tienda de alimentación han vendido paquetes de queso a 9 € la unidad y sobres de salmón ahumado. Un sobre de salmón cuesta 6 € más que un paquete de queso. Han vendido el doble de paquetes de queso que de sobres de salmón y han obtenido por la venta de todos estos productos 858 euros.

Averigüe cuántas unidades de cada producto han vendido.
- ◇ Un comerciante ha comprado un ordenador y una impresora y ha pagado en total por ambos artículos 470€. Después los ha vendido aumentando el precio del ordenador en un 200/o y el precio de la impresora en un 30%. De esta forma ha obtenido por la venta de los dos artículos un total de 570€. Averigüe cuánto pagó el comerciante por cada uno de los artículos.
- ◇ La habitación 400 de un hotel tiene forma rectangular; mide el doble de largo que de ancho. La habitación 401 también es rectangular; mide de ancho lo mismo que la habitación 400 y de largo 1 metro más que de ancho. El área de la habitación 401 es  $6\text{m}^2$  menor que la de la habitación 400.

Calcule las dimensiones de la habitación 400.
- ◇ En un almacén de productor deportivos había un día 70 bicicletas, entre bicicletas plegables y normales. Una semana después tenían el doble de bicicletas plegables y 12 bicicletas normales más que la semana anterior, con lo que había 100 bicicletas en el almacén.

Calcule cuántas bicicletas de cada tipo había el primer día en el almacén.
- ◇ En un establecimiento se han facturado las siguientes cantidades por dos consumiciones: 21,60 € por 5 bocadillos y 8 bebidas, y 13,20 € por 3 bocadillos y 5 bebidas. Todos los bocadillos tienen el mismo precio, al igual que todas las bebidas.
  - a) Plantee un sistema de ecuaciones que permita determinar los precios de un bocadillo y de una bebida.
  - b) Calcule el precio de cada bocadillo y de cada bebida.
- ◇ La diagonal de un jardín rectangular mide 2 cm más que uno de los lados. Sabiendo que su perímetro es de 14 cm:
  - a) Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular las dimensiones del jardín.
  - b) Calcule las dimensiones del jardín.
- ◇ Los alumnos de 1º de Bachillerato organizan una excursión para la cual alquilan un autocar cuyo precio es de 540 €. Al salir, no se presentan 6 estudiantes y esto hace que cada uno de los otros pague 3 € más. Calcule:
  - a) Número de estudiantes que fueron a la excursión y cantidad que pagó cada uno.

- b) La función que expresa el precio de la excursión en función del número de estudiantes.
- c) ¿Cuántos estudiantes deben acudir para que el precio no sea superior a 20 €?
- ◇ Un comerciante compra dos productos por 500 € y después los vende. Por la venta del primero de los artículos obtiene un 5% de beneficio; y, por la venta del segundo, un 4,5% de beneficio. Sabiendo que consiguió 3,15 € más de beneficio por la venta del primero que por la del segundo, ¿cuánto le costó cada uno de ellos?
- ◇ Juan tiene dos gimnasios cerca de sus casa y no sabe por cuál decidirse. En el gimnasio A le cobran 20 € iniciales en concepto de matrícula y 30 € por mes. En el gimnasio B no le cobran gastos de matrícula, pero el precio por mes asciende a 40 €.
- a) Calcule lo que le costaría tres meses de gimnasio en cada una de las opciones.
- b) Expresé la función que relaciona  $y$ =precio total en función de  $x$ =número de meses en cada una de las dos opciones.
- c) Calcule el número de meses que deben transcurrir para que se igualen los precios de las dos opciones.
- ◇ Por dos camisetas y una falda, Lucía ha pagado 85 €. Si las camisetas las hubiesen rebajado un 20% y la falda un 30% habría pagado 64,5 €. Calcule el precio que Lucía ha pagado por cada camiseta y por la falda.
- ◇ Un comerciante vende quesos de tres tipos: curado, semicurado y tierno. Los precios de cada uno de ellos son: 12 €/kg, 10 €/kg y 9 €/kg respectivamente. Halle el número de kg vendidos de cada tipo sabiendo que se han vendido 21 kg en total, que el número de kg de queso semicurado es el doble que el número de kg de queso curado y que el importe total de la venta son 214 €.
- ◇ Entre peras, manzanas y naranjas, Mario ha comprado hoy 10 kg de fruta y se ha gastado 19 €. Sabemos que 1 kg de peras cuesta 2,5 €, que 1 kg de manzanas obtenemos el número de kg de naranjas.
- a) Plantee un sistema lineal de ecuaciones para hallar la cantidad de kg comprados por Mario de cada tipo de fruta.
- b) Calcule el número de kg de cada tipo de fruta.

## PROPORCIONALIDAD

---

- ◇ Una organización está preparando la acogida de refugiados en un campamento. En un primer momento recibieron una donación de 4.400 euros con los que se pueden alimentar a 40 personas durante 20 días. Más tarde les notificaron que debían acoger a 12 refugiados más, por lo que recibieron una donación adicional de 748 euros.
- Determine durante cuántos días se podrá alimentar a los refugiados en las nuevas condiciones.
- ◇ En una comunidad de vecinos algunos gastos de reparten de forma directamente proporcional a la superficie de las viviendas. Tienen que afrontar el pago de una obra por valor de 2 520 €. El edificio tiene un bajo con un local de dos plantas. El local mide 200 m<sup>2</sup>; en cada planta hay tres viviendas: A, B y C. Cada una de las viviendas A tiene 60 m<sup>2</sup>; cada una de las B, 45 m<sup>2</sup> y cada una de las C, 75 m<sup>2</sup>.
- Calcule la cantidad del pago de la obra que le corresponde a cada uno de los 7 propietarios de la finca.
- ◇ Se ha invertido un capital de 5.000 € en unos bonos que producen un interés compuesto anual del 4%. Por tanto, el capital que se tiene al cabo de un periodo de  $t$  años viene dado por la función  $f(t) = 5000 \cdot 1,04^t$ .



- a) Calcule el capital que se obtiene para los siguientes periodos  $t=2$ ,  $t=3$ ,  $t=5$ . Exprese el resultado redondeando a los céntimos de euro.
  - b) Determine cuántos años deben estar invertidos los 5.000 € para obtener un capital final de 5.200 €.
- ◇ Un coche que actualmente tiene un valor de 30 000 € se deprecia a un ritmo de un 15% anual. Calcule:
- a) Su precio dentro de 4 años. Exprese el resultado redondeado a los céntimos de euro.
  - b) La función que da el precio del vehículo según los años transcurridos.
  - c) Cuánto tiempo tardará el precio en reducirse a la mitad.