AÑO 2009

1. Un grupo de amigos fueron dos días a un bar, donde hicieron consumiciones que pagaron con un fondo común. Ahora quieren saber el gasto que hizo cada uno, pero no recuerdan los precios de los artículos. Recuerdan que el primer día pagaron 21,60 € por 5 bocadillos y 8 bebidas, y que el segundo día pagaron 13,20 € por 3 bocadillos y 5 bebidas. Todos los bocadillos tenían el mismo precio, al igual que todas las bebidas.

a) Plantee un sistema de ecuaciones que permita determinar los precios que buscamos.

b) Calcule el precio de cada bocadillo y de cada bebida.

2. Apoyamos una escalera de 12 m en una pared para acceder a una ventana. Desde el pie de la escalera al pie del edificio hay un obstáculo y no podemos medir directamente la distancia entre ambos pies. La escalera forma un ángulo con el suelo de 60o. Calcule las longitudes siguientes:

a) Distancia del pie de la escalera a la pared

b) Altura a la que se apoya la escalera en la pared.

3. Dada la ecuación de la parábola $y = x^2 + 2x +1$, hallar:

   a) El vértice.

   b) Los puntos de corte con los ejes de coordenadas.

   c) Su representación aproximada.

4. En la tabla que aparece a continuación se muestran los datos del número de bibliotecas por cada 10.000 habitantes en cada una de las comunidades o ciudades autónomas españolas.

   a) Calcule la media de los datos.

   b) Agrupe los datos en intervalos de amplitud 0,6, comenzando por 0,8 (es decir, primer intervalo: [0,8 ; 1,4), y así sucesivamente hasta el sexto intervalo: [3,8 ; 4,4]); indique en una tabla la frecuencia de cada intervalo y represente un histograma de los datos agrupados.

	Comunidad/Ciudad Autónoma	Bibliotecas por cada 10 000 hab.
1	Andalucía	1,1
2	Aragón	2,8
3	Asturias	1,5
4	Baleares	1,6
5	Canarias	1
6	Cantabria	1,3
7	Castilla y León	1,8
8	Castilla - La Mancha	3,1
9	Cataluña	1,2
10	Comunidad Valenciana	1,3

11	Extremadura	4,4
12	Galicia	2,1
13	Madrid	0,8
14	Murcia	0,9
15	Navarra	2,1
16	País Vasco	1,5
17	La Rioja	1,2
18	Ceuta	2,1
19	Melilla	1,5

1. Un grupo de amigos fueron dos días a un bar, donde hicieron consumiciones que pagaron con un fondo común. Ahora quieren saber el gasto que hizo cada uno, pero no recuerdan los precios de los artículos. Recuerdan que el primer día pagaron 21,60 € por 5 bocadillos y 8 bebidas, y que el segundo día pagaron 13,20 € por 3 bocadillos y 5 bebidas. Todos los bocadillos tenían el mismo precio, al igual que todas las bebidas.

a) Plantee un sistema de ecuaciones que permita determinar los precios que buscamos.

b) Calcule el precio de cada bocadillo y de cada bebida.

① NOMBRAMOS LAS INCÓGNITAS

x – precio del bocadillo

y – precio de la bebida

② PLANTEAMOS EL SISTEMA

$$
\begin{aligned}
5x + 8y &= 21'60 \\
3x + 5y &= 13'20
\end{aligned}
$$

③ RESOLVEMOS (POR REDUCCIÓN)

$$
\begin{aligned}
5x + 8y = 21'60 \quad &\xrightarrow{\cdot 3} \quad 15x + 24y = 64'8 \\
3x + 5y = 13'20 \quad &\xrightarrow{\cdot (-5)} \quad -15x - 25y = -66 \\
& \quad \overline{\quad / \qquad -y = -1'2 \quad}
\end{aligned}
$$

$$y = 1'2 \text{ €/beb.}$$

Sustituimos en una de las ecuaciones para hallar x

$$5x + 8 \cdot 1'2 = 21'60$$

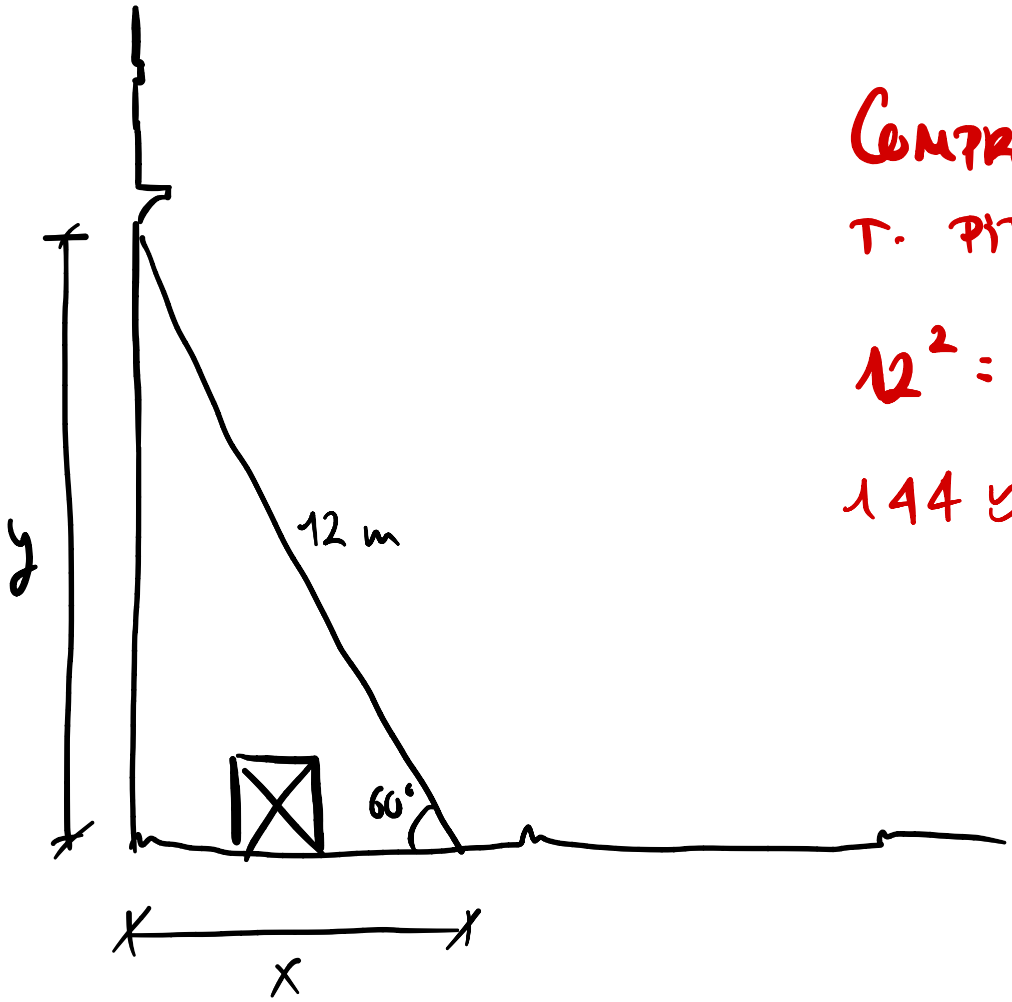
$$x = 2'4 \text{ €/bocadillo}$$

2. Apoyamos una escalera de 12 m en una pared para acceder a una ventana. Desde el pie de la escalera al pie del edificio hay un obstáculo y no podemos medir directamente la distancia entre ambos pies. La escalera forma un ángulo con el suelo de 60o. Calcule las longitudes siguientes:

a) Distancia del pie de la escalera a la pared

b) Altura a la que se apoya la escalera en la pared.

1) REPRESENTAMOS



COMPROBACIÓN CON T. PITÁGORAS:

$12^2 = 6^2 + 10'4^2$

$144 \simeq 144'1$ ✓

a) $\cos 60 = \dfrac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{x}{12}$

$x = \cos 60 \cdot 12 = 6 \text{ m}$

b) $\text{sen } 60 = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{y}{12} \Rightarrow y \approx 10'4 \text{ m}$

3. Dada la ecuación de la parábola $y = x^2 + 2x + 1$, hallar:

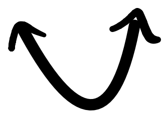
a) El vértice.

b) Los puntos de corte con los ejes de coordenadas.

c) Su representación aproximada.

COEFICIENTES $\quad ax^2+bx+c=0 \quad \left| \begin{array}{l} a=1 \\ b=2 \\ c=1 \end{array} \right.$

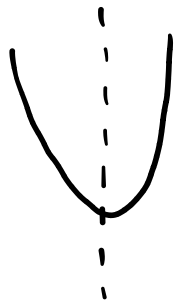
RAMAS $\quad a>0$



VÉRTICE $\quad x_v = -\dfrac{b}{2a}$

$$x_v = -\frac{2}{2\cdot 1} = -1 \Rightarrow y_v = (-1)^2 + 2\cdot(-1) + 1 = 0$$

$V(-1, 0)$ ⟶ Eje simetría $\boxed{x=-1}$



CORTE EJE X $\quad y=0$

$$x^2+2x+1=0 \Rightarrow x = \frac{-2\pm\sqrt{4-4}}{2} = -1$$

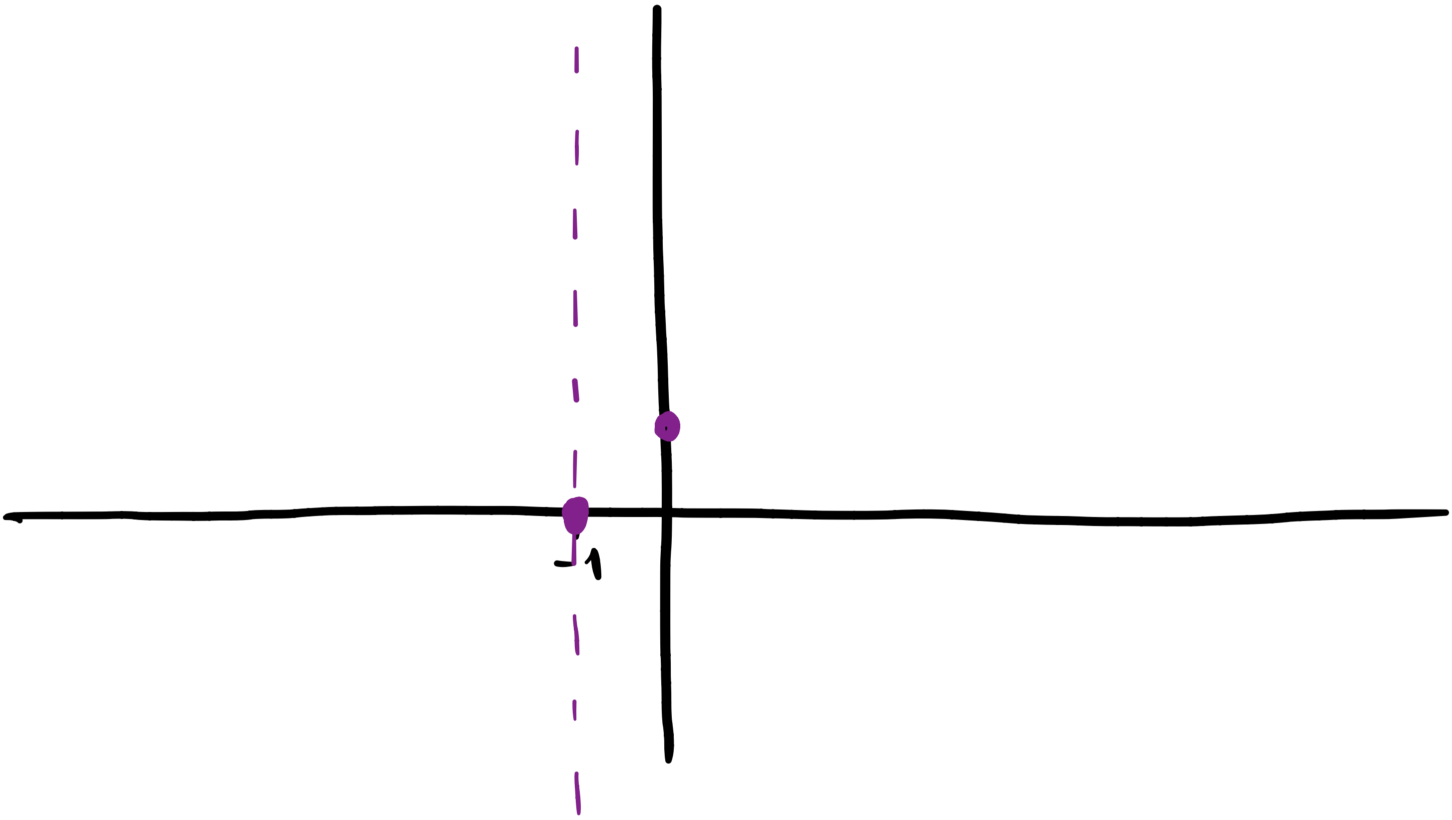
$(-1, 0)$ ← igual que vértice

CORTE EJE Y $\quad x=0$

$$y = 0^2+2\cdot 0+1 = 1$$

$(0,1)$

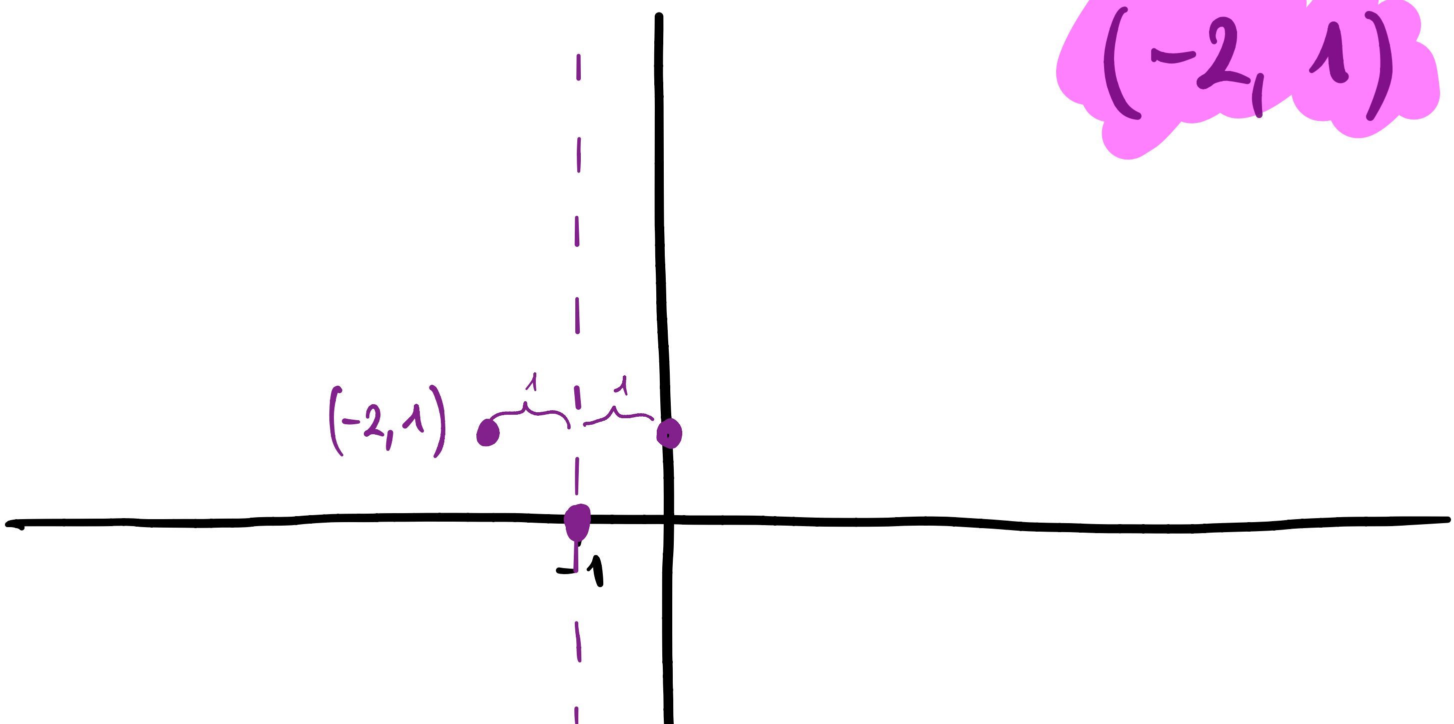
COMIENZO REPRESENTACIÓN



SIMÉTRICO DEL CORTE CON EJE Y

$y=1$

$(-2,1)$

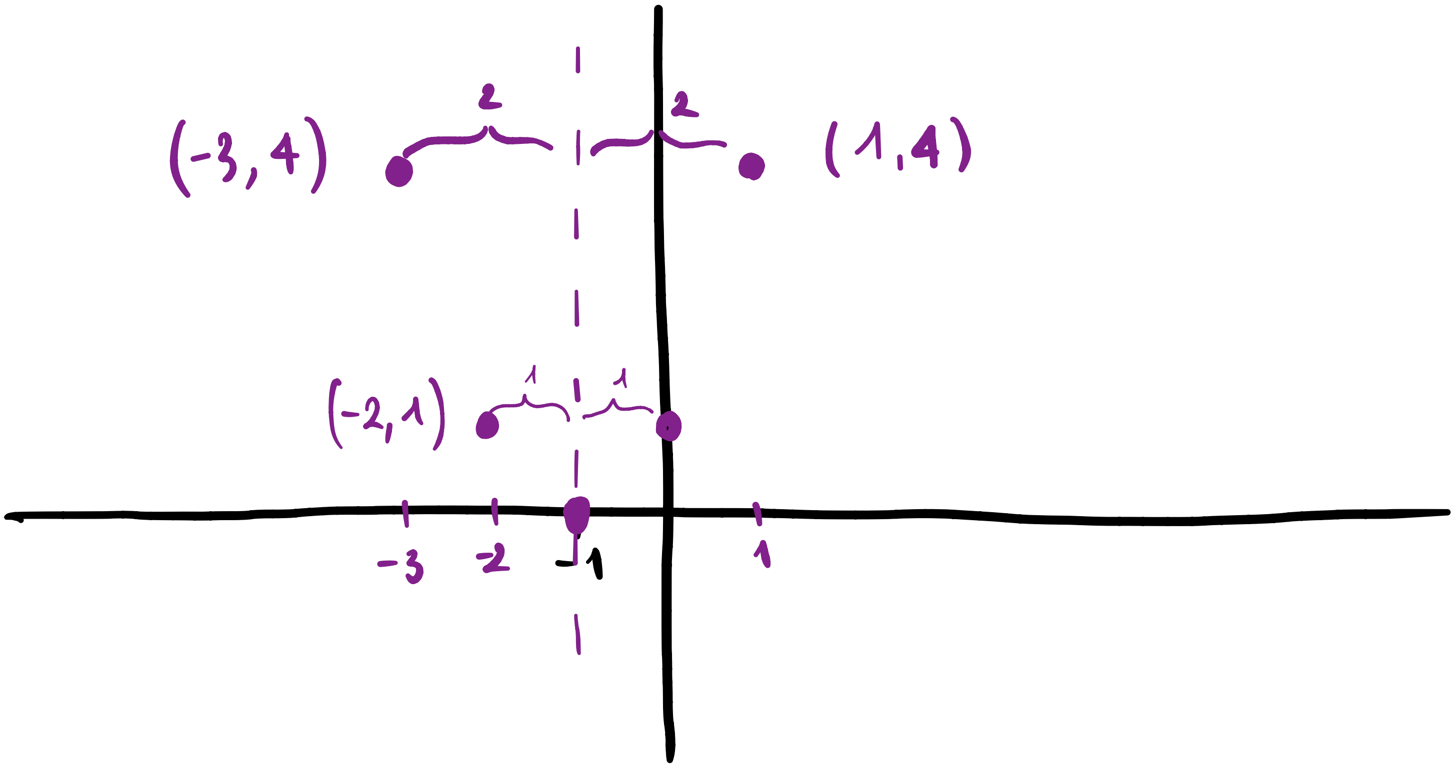


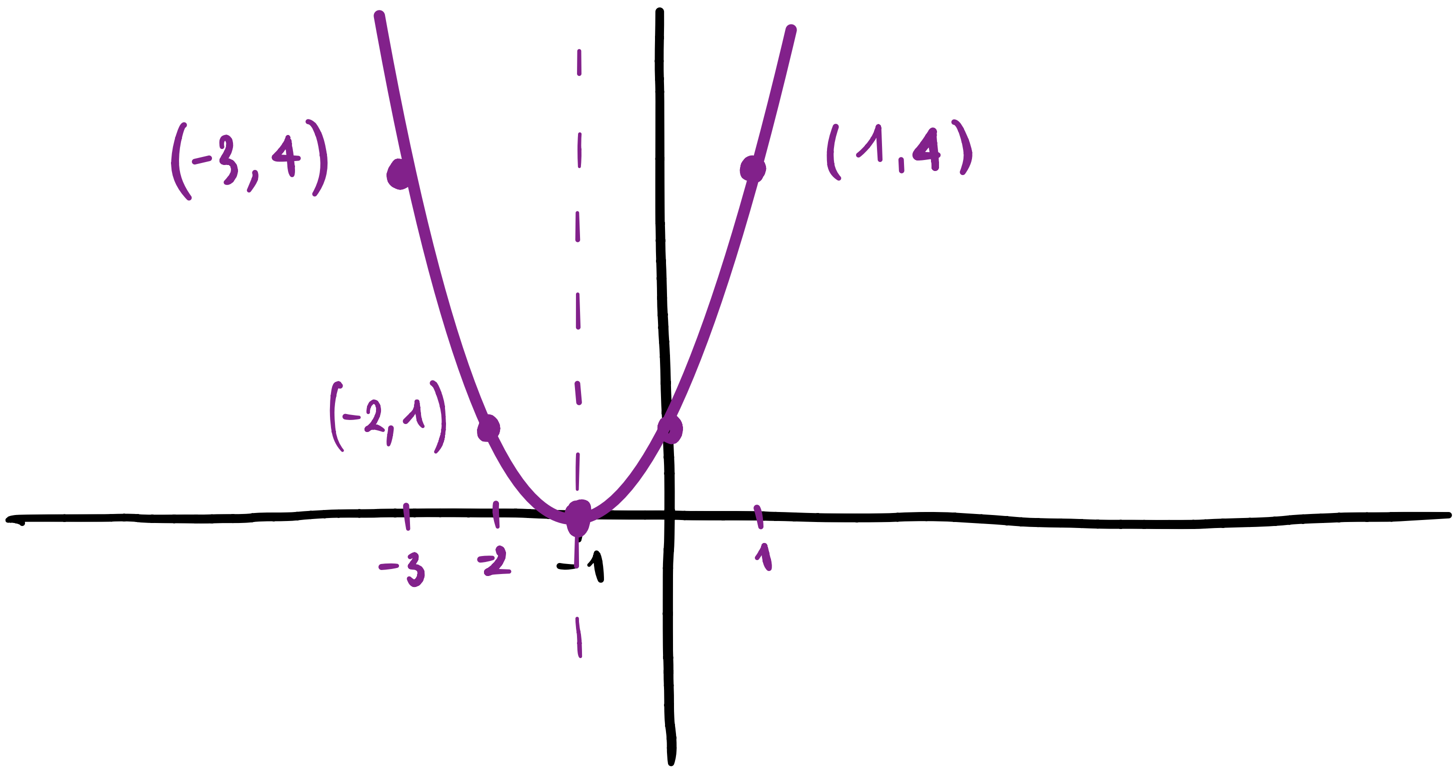
OTROS PUNTOS

Ejemplo: $x = 1$

$y = 1^2 + 2 \cdot 1 + 1 = 4 \Rightarrow (1, 4)$

↳ simétrico: $(-3, 4)$





4. En la tabla que aparece a continuación se muestran los datos del número de bibliotecas por cada 10.000 habitantes en cada una de las comunidades o ciudades autónomas españolas.

a) Calcule la media de los datos.

b) Agrupe los datos en intervalos de amplitud 0,6, comenzando por 0,8 (es decir, primer intervalo: [0,8 ; 1,4), y así sucesivamente hasta el sexto intervalo: [3,8 ; 4,4]); indique en una tabla la frecuencia de cada intervalo y represente un histograma de los datos agrupados.

	Comunidad/Ciudad Autónoma	Bibliotecas por cada 10 000 hab.
1	Andalucía	1,1
2	Aragón	2,8
3	Asturias	1,5
4	Baleares	1,6
5	Canarias	1
6	Cantabria	1,3
7	Castilla y León	1,8
8	Castilla - La Mancha	3,1
9	Cataluña	1,2
10	Comunidad Valenciana	1,3
11	Extremadura	4,4
12	Galicia	2,1
13	Madrid	0,8
14	Murcia	0,9
15	Navarra	2,1
16	País Vasco	1,5
17	La Rioja	1,2
18	Ceuta	2,1
19	Melilla	1,5

Apartado a)

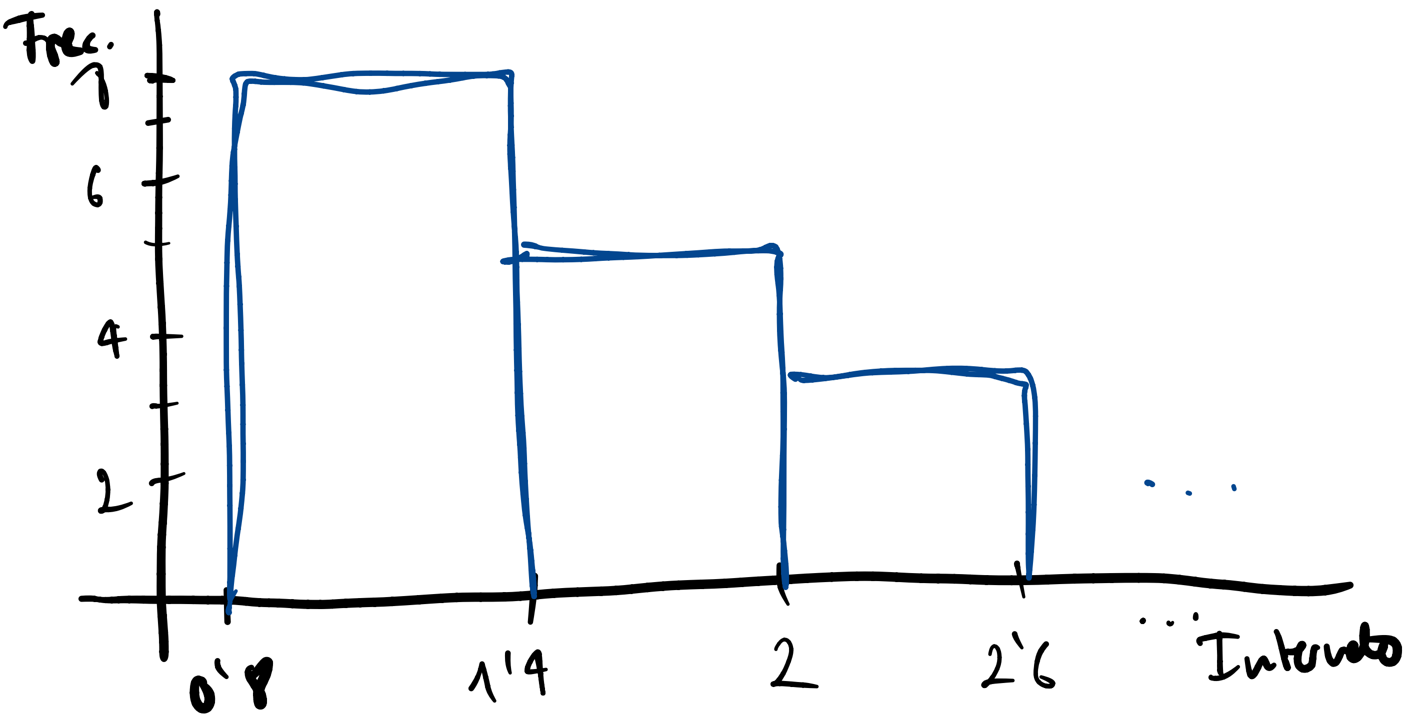
Se pide la media de los datos sin agrupar, por tanto, sumamos los valores y dividimos entre 19. Obtenemos $\frac{33,2}{19} = 1,747368\ldots$

La media obtenida es, aproximadamente, de 1,7 bibliotecas por cada 10.000 habitantes.

Apartado b)

Mostramos a continuación la tabla de frecuencias con los datos agrupados:

Intervalo	frecuencia
[0,8, 1,4)	8
[1,4, 2)	5
[2, 2,6)	3
[2,6, 3,2)	2
[3,2, 3,8)	0
[3,8, 4,4]	1



AÑO 2010

1. Una organización está preparando la acogida de refugiados en un campamento. En un primer momento recibieron una donación de 4.400 euros con los que se pueden alimentar a 40 personas durante 20 días. Más tarde les notificaron que debían acoger a 12 refugiados más, por lo que recibieron una donación adicional de 748 euros.

   Determine durante cuántos días se podrá alimentar a los refugiados en las nuevas condiciones.

2. Considere la función $f(x)=x^2-2x-3$

   a) Determine su dominio.

   b) Encuentre los puntos de corte de la gráfica de la función con los ejes coordenados.

   c) Localice su vértice.

   d) Represente la gráfica de la función.

3. En una tienda de alimentación han vendido paquetes de queso a 9 € la unidad y sobres de salmón ahumado. Un sobre de salmón cuesta 6 € más que un paquete de queso. Han vendido el doble de paquetes de queso que de sobres de salmón y han obtenido por la venta de todos estos productos 858 euros.

   Averigüe cuántas unidades de cada producto han vendido.

4. La habitación 400 de un hotel tiene forma rectangular; mide el doble de largo que de ancho. La habitación 401 también es rectangular; mide de ancho lo mismo que la habitación 400 y de largo 1 metro más que de ancho. El área de la habitación 401 es $6m^2$ menor que la de la habitación 400.

   Calcule las dimensiones de la habitación 400.

1. Una organización está preparando la acogida de refugiados en un campamento. En un primer momento recibieron una donación de 4.400 euros con los que se pueden alimentar a 40 personas durante 20 días. Más tarde les notificaron que debían acoger a 12 refugiados más, por lo que recibieron una donación adicional de 748 euros.

   Determine durante cuántos días se podrá alimentar a los refugiados en las nuevas condiciones.

PROBLEMA DE PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

incógnita

PRESUPUESTO		PERSONAS		DÍAS
4400	—	40	—	20
5148	—	52	—	x

A más personas, menos días.
Inversa

A más dinero, más días.
Directa

$$\frac{4400}{5148} \cdot \frac{52}{40} = \frac{20}{x}$$

Le hemos "dado la vuelta" por ser inversa.

$$x = \frac{20 \cdot 5148 \cdot 40}{4400 \cdot 52} = 18 \text{ días}$$

2. Considere la función $f(x)=x^2-2x-3$

a) Determine su dominio.

b) Encuentre los puntos de corte de la gráfica de la función con los ejes coordenados.

c) Localice su vértice.

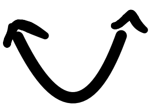
d) Represente la gráfica de la función.

Es una función polinómica, por lo que su dominio son todos los números reales.

a) $D(f(x)) = \mathbb{R}$

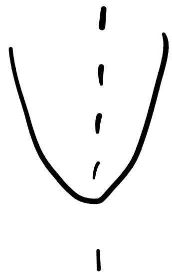
Es una parábola por ser de grado 2.

COEFICIENTES $ax^2+bx+c=0$ $\left| \begin{array}{l} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{array} \right.$

RAMAS $a>0$ 

VÉRTICE $x_v = -\dfrac{b}{2a}$

$x_v = -\dfrac{(-2)}{2\cdot 1} = 1 \Rightarrow y_v = 1^2-2\cdot1-3 = -4$

$V(1,-4) \Rightarrow$ eje simetría $\boxed{x=1}$ 

apartado c)

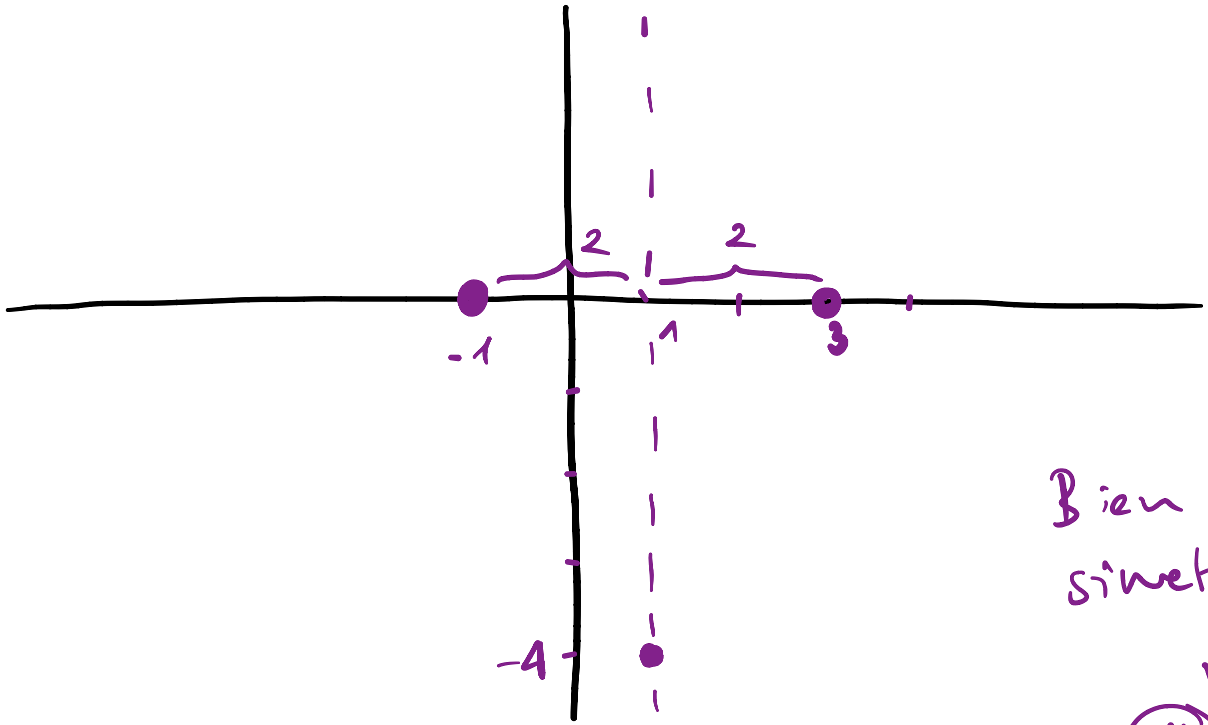
CORTE EJE X $\quad y=0$

$$0 = x^2-2x-3 \Rightarrow x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot(-3)\cdot 1}}{2} = \begin{cases}3\\-1\end{cases}$$

$(3,0)$ y $(-1,0)$

↑ apartado b)

Comprobamos representando:



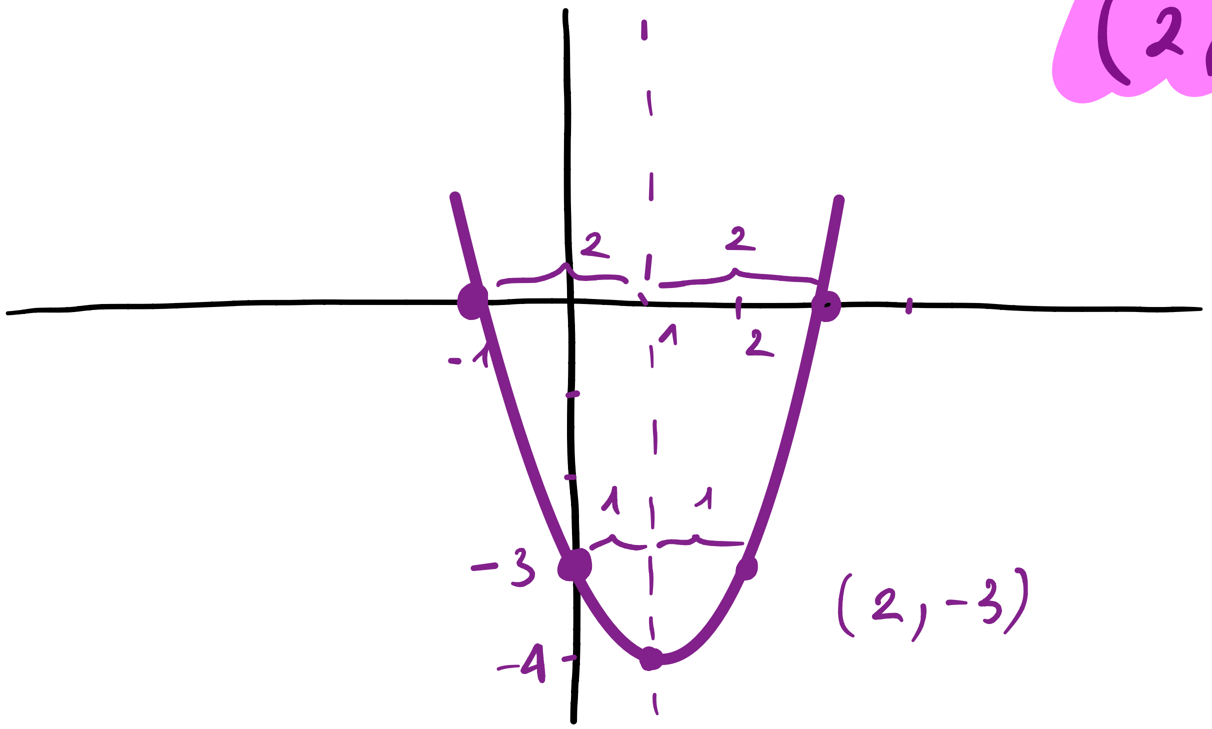
Bien la simetría ✓

CORTE EJE Y $\quad x=0$

$$y = 0^2-2\cdot 0-3 = -3 \Rightarrow (0,-3)$$

Buscamos el simétrico en la representación.

(2, -3)



3. En una tienda de alimentación han vendido paquetes de queso a 9 € la unidad y sobres de salmón ahumado. Un sobre de salmón cuesta 6 € más que un paquete de queso. Han vendido el doble de paquetes de queso que de sobres de salmón y han obtenido por la venta de todos estos productos 858 euros.

Averigüe cuántas unidades de cada producto han vendido.

x - número de sobres de queso (9€/unidad)

y - número de sobres de salmón (15€/unidad)

Doble de queso que de salmón: $x = 2y$

Beneficio : $9x + 15y = 858$

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 9x + 15y = 858 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-9)} \begin{array}{r} -9x + 18y = 0 \\ + \quad 9x + 15y = 858 \\ \hline 33y = 858 \end{array}$$

$y = 26$ de salmón

sustituimos en una de las ecuaciones

$x - 2 \cdot 26 = 0$

$x = 52$ de queso

4. La habitación 400 de un hotel tiene forma rectangular; mide el doble de largo que de ancho. La habitación 401 también es rectangular; mide de ancho lo mismo que la habitación 400 y de largo 1 metro más que de ancho. El área de la habitación 401 es $6m^2$ menor que la de la habitación 400.

Calcule las dimensiones de la habitación 400.

(puede ser al revés)

ancho

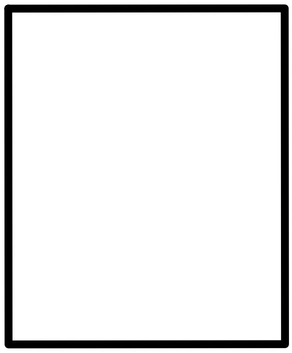
largo

400

x

$2x$

401



x

$x+1$

Área 400

$2x \cdot x$

Área 401

$x(x+1)$

Si es más pequeña, al sumarle 6 m² ya es igual.

Área 401 + 6 = Área 400

$$x(x+1)+6 = 2x^2$$

$$x^2+x+6 = 2x^2$$

$$-x^2+x+6=0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2-4\cdot 6\cdot(-1)}}{2\cdot(-1)};$$

$$x = \frac{-1 \pm 5}{-2} = \begin{cases} 3 \rightarrow \boxed{3\text{ m y } 6\text{ m}} \\ -2 \times \text{ No puede ser negativo} \end{cases}$$

AÑO 2011

1. Un comerciante ha comprado un ordenador y una impresora y ha pagado en total por ambos artículos 470€. Después los ha vendido aumentando el precio del ordenador en un 20o/o y el precio de la impresora en un 30%. De esta forma ha obtenido por la venta de los dos artículos un total de 570€. Averigüe cuánto pagó el comerciante por cada uno de los artículos.

2.

   a) Indicar cuál es el lugar geométrico de los puntos del plano que distan 5 unidades del punto A (2, 3).

   b) Calcular su ecuación.

   c) Determine cuáles de los siguientes puntos pertenecen al lugar geométrico: D (6,6), E (4,7).

   d) Determine la posición relativa del lugar geométrico y la recta r.$3x - 4y + 4 = 0$.

3. En una urna hay nueve bolas numeradas del 1 al 9. Hallar la probabilidad de que al extraer dos bolas de forma consecutiva y sin restitución, estas sean las dos pares o las dos impares.

4. Desde el extremo superior de un poste vertical hay tendido un cable hasta el suelo. El cable sigue una línea recta y el punto del suelo en el que está fijado se sitúa a 5 m del pie del poste. El cable forma con el suelo un ángulo α cuyo seno es igual a $12/13$

   a) Calcule cos α

   b) Determine la altura del poste y la longitud del cable.

SOLUCIONES

1ª.- Un comerciante ha comprado un ordenador y una impresora y ha pagado en total por ambos artículos 470 €. Después los ha vendido aumentando el precio del ordenador en un 20% y el precio de la impresora en un 30%. De esta forma ha obtenido por la venta de los dos artículos un total de 570 €. Averigüe cuánto pagó el comerciante por cada uno de los artículos.

1ª.- SOLUCIÓN:

Denotamos por
x el precio que pagó el comerciante por el ordenador y por
y el precio que pagó por la impresora, expresados ambos en euros.
Pagó por ambos artículos 470 €, por tanto, $x + y = 470$€.
La información sobre los 570 € que obtuvo tras aumentar el precio del ordenador en un 20% y el de la impresora en un 30%, nos proporciona la ecuación
$1{,}2\,x + 1{,}3\,y = 570$.
Resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones anteriores:

$$\begin{cases} x+y &= 470 \\ 1{,}2x+1{,}3y &= 570 \end{cases} \equiv \begin{cases} x+y &= 470 \\ 0{,}1y &= 6 \end{cases} \equiv \begin{cases} x &= 410 \\ y &= 60 \end{cases}$$

El comerciante pagó 410 € por el ordenador y 60 € por la impresora.

Puntuación:

Para este ejercicio la propuesta de puntuación es la siguiente: definición de las incógnitas: 0,5 puntos; definición de las ecuaciones: 0,5 punto; resolución del sistema y cálculo correcto de la solución del problema: 1 punto.
TOTAL: 2 Puntos.

2ª.- a).- Indicar cuál es el lugar geométrico de los puntos del plano que distan 5 unidades del punto A (2, 3).
b).- Calcular su ecuación.
c).- Determine cuáles de los siguientes puntos pertenecen al lugar geométrico: D(6,6), E(4, 7).
d).- Determine la posición relativa del lugar geométrico y la recta r: $3x – 4y + 4 = 0$.

2ª.- SOLUCIÓN:

Apartado a) El lugar geométrico que se pide es una circunferencia con centro en el punto A y radio 5 unidades.

Apartado b) La ecuación es: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

Apartado c) Podemos resolver este apartado de diversas formas: utilizando la ecuación de la circunferencia, calculando la distancia entre los puntos que se dan y el punto A o, con menos rigor, representando los puntos en la gráfica anterior y comprobando si están en la gráfica de C.
Calculamos las distancias entre los puntos dados y A:

d(A, D) = $\sqrt{(6-2)^2+(6-3)^2} = 5$, por tanto, el punto D pertenece a C.

d(A, E) = $\sqrt{(4-2)^2+(7-3)^2} = \sqrt{20} < 5$, por tanto, el punto E es interior a la circunferencia y no pertenece a C.

Apartado d) Podemos encontrar la posición relativa de C y r representando la recta en la misma gráfica que C, pero determinaremos la posición relativa que nos piden calculando la distancia entre el centro de C y la recta r:

$d(A, r) = \dfrac{|3\cdot 2-4\cdot 3+4|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \dfrac{|-2|}{5} = \dfrac{2}{5} < 5$. La distancia del centro de la circunferencia a la recta es menor que el radio, por tanto la recta corta a la circunferencia en dos puntos. Concluimos que la recta y la circunferencia son secantes.

Puntuación:
Apartado a): Podemos dar 0,5 puntos por el reconocimiento del lugar geométrico.
Apartado b): Total 1 punto por la correcta expresión de la ecuación del L.G. Podemos valorar con 0,5 puntos el razonamiento seguido y con 0,5 puntos la conclusión correcta.
Apartado c): Total 0,75 puntos por el planteamiento, el método seguido y la correcta expresión de la solución.
Apartado d): Total 0,75 puntos por el planteamiento y el método seguido y la correcta expresión de la solución.
TOTAL: 3 Puntos.

3ª.- En una urna hay nueve bolas numeradas del 1 al 9. Hallar la probabilidad de que al extraer dos bolas de forma consecutiva y sin restitución, estas sean las dos pares o las dos impares.

3ª.- SOLUCIÓN

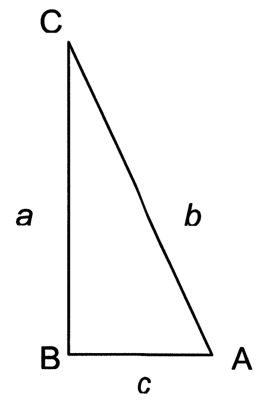
P (misma paridad) = P (ambas pares ó ambas impares) =
= P (ambas pares) + P (ambas impares) =
= P (par la 1ª y par la 2ª) + P (impar la 1ª e impar la 2ª) = $\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}+\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8}=\frac{32}{72}=\frac{4}{9}$

Puntuación:
Para este ejercicio la propuesta de puntuación es la siguiente: probabilidad de que la primera bola sea par: 0,5 puntos; probabilidad de que la segunda sea par: 0,5 puntos; probabilidad de que la primera bola sea impar: 0,5 puntos; probabilidad de que la segunda sea impar: 0,5 puntos; cálculo correcto de la probabilidad de la misma paridad: 1 punto.
TOTAL: 3 Puntos.

4ª.- Desde el extremo superior de un poste vertical hay tendido un cable hasta el suelo. El cable sigue una línea recta y el punto del suelo en el que está fijado se sitúa a 5 m del pie del poste. El cable forma con el suelo un ángulo α cuyo seno vale $\frac{12}{13}$.

a) Calcule cos α.
b) Determine la altura del poste y la longitud del cable.

4ª.- SOLUCIÓN:



Apartado a)

Para calcular cos α utilizamos la relación $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.
Como α es un ángulo agudo, cos $\alpha > 0$, por tanto,

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\text{sen}^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{13^2}} = \frac{5}{13}.$$

EL valor pedido es cos $\alpha = \frac{5}{13}$.

Apartado b)

Denotamos por ABC el triángulo que forman el poste, el cable y el suelo; asignamos al pie del poste el punto B, al pie del cable el punto A y al extremo superior del cable el punto C. De este modo, el cable queda designado por *b*, el poste por *a*, el tramo recto que une los pies del poste y el cable se designa por *c* y el ángulo α corresponde con Â.

En este triángulo c = 5 m y cos $\alpha = \frac{c}{b}$, sustituyendo el valor de c en esta expresión e igualando al valor obtenido para cos α obtenemos la ecuación $\frac{5}{b} = \frac{5}{13}$, de la que obtenemos b = 13.
Para hallar el valor de a podemos utilizar, por ejemplo, el teorema de Pitágoras: $a = \sqrt{b^2 - c^2}$; $a = \sqrt{13^2 - 5^2}$ = 12.
Concluimos que el poste mide 12 m y el cable, 13 m.

Puntuación:
Apartado a): 1 punto. Determinación del signo de cos α: 0,2 puntos; uso de la relación fundamental de la trigonometría: 0,3 puntos; cálculos: 0,3 puntos; resultado correctamente expresado: 0,2 puntos.
Apartado b): 1 punto. Planteamiento para obtener c mediante cos α: 0,2 puntos; obtención de c: 0,3 puntos; obtención de b: 0,3 puntos; expresión correcta de los resultados: 0,2 puntos.

AÑO 2012

1. En una comunidad de vecinos algunos gastos de reparten de forma directamente proporcional a la superficie de las viviendas. Tienen que afrontar el pago de una obra por valor de 2 520 €. El edificio tiene un bajo con un local de dos plantas. El local mide 200 m^2; en cada planta hay tres viviendas: A, B y C. Cada una de las viviendas A tiene 60 m^2; cada una de las B, 45 m^2 y cada una de las C, 75 m^2.
   Calcule la cantidad del pago de la obra que le corresponde a cada uno de los 7 propietarios de la finca.
2. En un almacén de productor deportivos había un día 70 bicicletas, entre bicicletas plegables y normales. Una semana después tenían el doble de bicicletas plegables y 12 bicicletas normales más que la semana anterior, con lo que había 100 bicicletas en el almacén.
   Calcule cuántas bicicletas de cada tipo había el primer día en el almacén.
3. Para acceder a la parte superior de una valla, se coloca una escalera apoyada en el borde de la misma y formando con el suelo un ángulo α cuyo seno vale 0,8. La base de la escalera queda a una distancia horizontal de 6 m respecto de la valla.

a) Calcule el coseno y la tangente del ángulo α.
b) Calcule la altura de la valla y la longitud de la escalera utilizada.

4. Una partícula se desplaza sobre un plano describiendo una trayectoria r en l´nea recta que pasa por los puntos (-5,0) y (0,2) de un sistema de ejes cartesianos definido en el plano.
   Otra partícula se desplaza por el mismo plano a lo largo de la recta s, de ecuación:
   $-7x + 3y - 6 = 0.$
   a) Determine la ecuación cartesiana de la recta r.
   b) Halle el punto de corte de ambas trayectorias.

DATOS DEL CANDIDATO	
APELLIDOS:	
NOMBRE:	Nº Documento Identificación: ....
Instituto de Educación Secundaria:	

Soluciones

1ª.-

En una comunidad de vecinos algunos gastos se reparten de forma directamente proporcional a la superficie de las viviendas. Tienen que afrontar el pago de una obra por valor de 2.520 €. El edificio tiene un bajo con un local y dos plantas. El local mide 200 m^2; en cada planta hay tres viviendas: A, B y C. Cada una de las viviendas A tiene 60 m^2; cada una de las B, 45 m^2 y cada una de las C, 75 m^2.

Calcule la cantidad del pago de la obra que le corresponde a cada uno de los 7 propietarios de la finca.

<u>Solución</u>

Se trata de un reparto directamente proporcional que resolveremos utilizando proporcionalidad directa.

La finca tiene 7 espacios entre el local y las 6 viviendas. La superficie total, con respecto a la cual hay que repartir el coste total de la obra es:

$200 + 2 \cdot 60 + 2 \cdot 45 + 2 \cdot 75 \text{ m}^2 = 560 \text{ m}^2$

Para cada espacio planteamos una proporción como la siguiente para el local:

$\frac{2.520}{560} = \frac{x}{200}$; $x = 200\frac{2.520}{560} = 200 \cdot 4,5 = 900.$

Basta multiplicar por 4,5 el área de cada local para obtener la cantidad que tiene que pagar cada vecino.

El propietario del local tiene que pagar 900 €.

Los vecinos de las viviendas A tienen que pagar $60 \cdot 4,5 = 270$ € cada uno.

Los vecinos de las viviendas A tienen que pagar $45 \cdot 4,5 = 202,50$ € cada uno.

Los vecinos de las viviendas A tienen que pagar $75 \cdot 4,5 = 337,50$ € cada uno.

Si bien la puntuación final de la prueba tiene que ser un número entero, se pueden dar calificaciones decimales a cada ejercicio, así como a los apartados y redondear el resultado global.

Para este ejercicio la propuesta de puntuación es la siguiente:
Comprensión del enunciado y planteamiento: 0,8 puntos.
Cálculos y expresión correcta de la solución del problema: 0,7 puntos.

2ª.-

En un almacén de productos deportivos había un día 70 bicicletas, entre bicicletas plegables y normales. Una semana después tenían el doble de bicicletas plegables y 12 bicicletas normales más que la semana anterior, con lo que había 100 bicicletas en el almacén.

Calcule cuántas bicicletas de cada tipo había el primer día en el almacén. <u>Solución</u>

Planteamos un sistema de ecuaciones.

DATOS DEL CANDIDATO	
APELLIDOS:	
NOMBRE:	Nº Documento Identificación: ....
Instituto de Educación Secundaria:	

Denotamos por x la cantidad de bicicletas plegables que había en el almacén el primer día y por y el número de bicicletas normales.

El primer día había 70 bicicletas en total: $x + y = 70$;

Una semana después tenían el doble de bicicletas plegables y 12 bicicletas normales más que la semana anterior, con lo que había 100 bicicletas en el almacén: $2x + y + 12 = 100 \equiv 2x + y = 88$.

$$\begin{cases} x+y = 70 \\ 2x+y = 88 \end{cases} \equiv \begin{cases} x+y = 70 \\ x = 18 \end{cases} \equiv \begin{cases} y = 52 \\ x = 18 \end{cases}$$

En el almacén había 18 bicicletas plegables y 52 bicicletas normales.

Propuesta de puntuación:
Definición de las incógnitas (o de la incógnita, si se plantea con una sola incógnita): 0,5 puntos.
Definición de las ecuaciones: 0,5 puntos.
Resolución del sistema: 0,5 puntos.
Expresión correcta de la solución del problema: 0,5 puntos.

3.-
Para acceder a la parte superior de una valla, se coloca una escalera apoyada en el borde de la misma y formando con el suelo un ángulo □ cuyo seno vale 0,8. La base de la escalera queda a una distancia horizontal de 6 m respecto de la valla.

a) Calcule el coseno y la tangente del ángulo □.

b) Calcule la altura de la valla y la longitud de la escalera utilizada.

Solución

Apartado a

El ángulo α es agudo, por lo que su coseno y su tangente son positivos.

Utilizamos la igualdad $\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha = 1$ para encontrar el valor de $\cos\alpha$.

$$0{,}8^2 + \cos^2\alpha = 1;\ \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1;\ \cos\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{tg}\ □ = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{4}{3}$$

Apartado b

Calculado el valor de tg α y conocida la distancia horizontal entre la base de la escalera y la valla, calcularemos la altura de la misma

$\text{tg}\ \alpha = \frac{4}{3} = \frac{h}{6}$. Luego h = (6x4)/3 = 8 m

DATOS DEL CANDIDATO	
APELLIDOS:	
NOMBRE:	Nº Documento Identificación: ....
Instituto de Educación Secundaria:	

A continuación calculamos la longitud de la escalera por el teorema de Pitágoras:

$l^2 = 6^2 + 8^2$; $l = \sqrt{36+64} = 10$; la longitud de la escalera es de 10 m.

Propuesta de puntuación:
Apartado a): 1punto; 0,5 puntos por cada razón trigonométrica.
Apartado b): 1,5 puntos; planteamiento: 0,5, uso de la tangente y cálculos: 0,6, respuestas correctamente expresadas: 0,4.

4ª.-
Una partícula se desplaza sobre un plano describiendo una trayectoria *r* en línea recta que pasa por los puntos (-5, 0) y (0, 2) de un sistema de ejes cartesianos definido en el plano.

Otra partícula se desplaza por el mismo plano a lo largo de la recta *s*, de ecuación $-7x + 3y - 6 = 0$.

a) Determine la ecuación cartesiana de la recta *r*.

Halle el punto de corte de ambas trayectorias. Solución

Apartado a

Este apartado se puede abordar desde dos contenidos de los contemplados: "ecuaciones de la recta" y "expresión de una función en forma algebraica a partir de enunciados, tablas o de gráficas".

La recta *r* pasa por el punto (0, 2) y su pendiente es $\frac{2}{5}$; la ecuación explícita de la recta viene dada por

$r \equiv y = \frac{2}{5}x + 2$; hallamos también la ecuación general: $r \equiv 2x - 5y + 10 = 0$.

Apartado b

Para encontrar la intersección de ambas trayectorias resolvemos el sistema lineal que forman sus ecuaciones.

$$\begin{cases} 2x - 5y &= -10 \\ -7x + 3y &= 6 \end{cases} \equiv \begin{cases} 2x - 5y &= -10 \\ x &= 0 \end{cases} \equiv \begin{cases} y &= 2 \\ x &= 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rcl} 6x - 15y & = & -30 \\ -35x + 15y & = & 30 \\ \hline -29x & = & 0 \end{array}$$

Las trayectorias *r* y *s* se cortan en el punto (0, 2).

Propuesta de puntuación:
Apartado a): 1punto.
Apartado b): 1,5 puntos.

AÑO 2013

1. Se ha invertido un capital de 5.000 € en unos bonos que producen un interés compuesto anual del 4%. Por tanto, el capital que se tiene al cabo de un periodo de t años viene dado por la función $f(t) = 5000 \cdot 1{,}04^t$.
   a) Calcule el capital que se obtiene para los siguientes periodos t =2, t = 3, t =5. Exprese el resultado redondeando a los céntimos de euro.
   b) Determine cuántos años deben estar invertidos los 5.000 € para obtener un capital final de 5.200 €.
2. Apoyamos una escalera de 12 m en una pared para acceder a una ventana. Desde el pie de la escalera al pie del edificio hay un obstáculo y no podemos medir directamente la distancia entre ambos pies. La escalera forma un ángulo con el suelo de 60°. Calcule las longitudes siguientes, y exprese el resultado con un error menor que 1 cm:
   a) Distancia del pie de la escalera a la pared;
   b) Altura a la que se apoya la escalera en la pared.
3. En un establecimiento se han facturado las siguientes cantidades por dos consumiciones: 21,60 € por 5 bocadillos y 8 bebidas, y 13,20 € por 3 bocadillos y 5 bebidas. Todos los bocadillos tienen el mismo precio, al igual que todas las bebidas.
   a) Plantee un sistema de ecuaciones que permita determinar los precios de un bocadillo y de una bebida.
   b) Calcule el precio de cada bocadillo y de cada bebida.
4. En la tabla que aparece a continuación se muestran los datos del número de bibliotecas por cada 10.000 habitantes en cada una de las comunidades o ciudades autónomas españolas.
   c) Calcule la media de los datos.
   d) Agrupe los datos en intervalos de amplitud 0,6, comenzando por 0,8 (es decir, primer intervalo: [0,8 ; 1,4), y así sucesivamente hasta el sexto intervalo: [3,8 ; 4,4]); indique en una tabla la frecuencia de cada intervalo y represente un histograma de los datos agrupados.

	Comunidad/Ciudad Autónoma	Bibliotecas por cada 10 000 hab.
1	Andalucía	1,1
2	Aragón	2,8
3	Asturias	1,5
4	Baleares	1,6
5	Canarias	1
6	Cantabria	1,3
7	Castilla y León	1,8
8	Castilla - La Mancha	3,1
9	Cataluña	1,2
10	Comunidad Valenciana	1,3
11	Extremadura	4,4

12	Galicia	2,1
13	Madrid	~~0,8~~
14	Murcia	~~0,9~~
15	Navarra	2,1
16	País Vasco	1,5
17	La Rioja	~~1,2~~
18	Ceuta	2,1
19	Melilla	1,5

Prueba de Acceso a Ciclos Formativos de
GRADO SUPERIOR - JUNIO 2013
Turno General – Parte Común
Ejercicio de FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS
SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN Y SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- La valoración de este **Ejercicio** es entre 0 y 10 puntos sin decimales.
- Se valorará la comprensión de las cuestiones planteadas, así como la buena presentación.
- Se indica a continuación la puntuación de cada una de las cuestiones que constituyen el **Ejercicio de Fundamentos de Matemáticas**.

Cuestión 1ª.- **2,5 Puntos.** Apartado a) 1,5 puntos y b) 1 punto.
Cuestión 2ª.- **2,5 Puntos.** 1,25 puntos por cada apartado.
Cuestión 3ª.- **2,5 Puntos.** 1,25 puntos por cada apartado.
Cuestión 4ª.- **2,5 Puntos.** 1,25 puntos por cada apartado.

EJERCICIO 1

Apartado a)

Sustituimos en la expresión de $f(t)$ los valores de t que nos dan:

$f(2) = 5000 \cdot 1{,}04^2 = 5408$; $f(3) = 5000 \cdot 1{,}04^3 = 5624{,}32$; $f(5) = 5000 \cdot 1{,}04^5 = 6083{,}2645$

En un periodo de 2 años, 5.408,00 €; en 3 años, 5624,32 €; y en 5 años, 6083,26 €.

Valoración del apartado **1,5 puntos:**

Si bien la puntuación final de la prueba tiene que ser un número entero, se pueden dar calificaciones parciales decimales y redondear el resultado global.

Para este ejercicio la propuesta de puntuación es la siguiente:

Reconocimiento del enunciado: 0,4 puntos,
cálculo correcto de las potencias: 0,3 puntos,
aproximación y expresión correctas del resultado 0,3 puntos.

Apartado b)

Para hallar los años necesarios para obtener 5.200 € planteamos la ecuación

$$5.000 \cdot 1{,}04^t = 5.200;\ 1{,}04^t = 5.200/5.000 = 1{,}04\ ;\ t = \frac{\log 1{,}04}{\log 1{,}04} = 1$$

Los 5.000 € deben estar invertidos 1 año para producir 5.200,00 €.

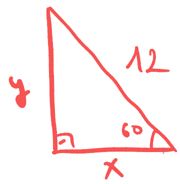
Valoración del apartado **1 punto:**

Planteamiento de la ecuación: 0,4 puntos,
desarrollo: 0,4 puntos,
solución correctamente expresada: 0,2 puntos.

EJERCICIO 2

Planteamos el problema gráficamente.

Se trata de encontrar los catetos del triángulo rectángulo mostrado, formado por la escalera como hipotenusa, y el suelo y la pared como los dos catetos.



Apartado a)

Denotamos por x la distancia que nos piden.

$\cos 60^\circ = \dfrac{x}{12}$; $\qquad x = 12 \cdot \cos 60^\circ \approx 6$

La distancia entre los pies de la escalera y del edificio es, aproximadamente, 6 m.

$$1'04^t = 1'04$$

$$\log 1'04^t = \log 1'04$$

$$t \cdot \log 1'04 = \log 1'04$$

Apartado b)

Denotamos por y la altura que nos piden.

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{y}{12}; \qquad y = 12 \cdot \text{sen } 60^\circ \approx 10{,}3923$$

La escalera se apoya a una altura de 10,38 m, aproximadamente.

Valoración del ejercicio **2,5 puntos**:
La puntuación que se propone a los alumnos es **1,25 puntos por apartado**, aunque en este ejercicio el planteamiento es común. Para ajustarnos a los criterios dados podemos conceder en cada apartado las puntuaciones siguientes:

Planteamiento y cálculos: 1 punto.
Correcta expresión de la solución: 0,25 puntos.

EJERCICIO 3

Apartado a)

Denotamos por x el precio de un bocadillo y por y el precio de una bebida.
La consumición del primer día nos proporciona la ecuación $5x + 8y = 21{,}6$.
A partir de los datos del segundo día tenemos $3x + 5y = 13{,}2$.

Un sistema que nos permita obtener los precios que nos piden es $\begin{cases} 5x + 8y = 21{,}6 \\ 3x + 5y = 13{,}2 \end{cases}$.

Valoración del apartado **1,25 puntos**:

Definición de las incógnitas: 0,25 puntos.
Expresión de las ecuaciones: 0,8 puntos.
Formación del sistema: 0,2 puntos.

Apartado b)

Resolvemos ahora el sistema utilizando el método de reducción:

$$\begin{cases} 5x + 8y = 21{,}6 \\ 3x + 5y = 13{,}2 \end{cases} \equiv \begin{cases} 3x + 5y = 13{,}2 \\ y = 1{,}2 \end{cases} \equiv \begin{cases} x = 2{,}4 \\ y = 1{,}2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rrcrcr} -3e_1: & -15x & - & 24y & = & -64{,}8 \\ 5e_2: & 15x & + & 25y & = & 66 \\ \hline & & & y & = & 1{,}2 \end{array}$$

Cada bocadillo costó 2,4 € y cada bebida, 1,2 €.

Valoración del apartado **1,25 puntos:**

Resolución correcta del sistema (por cualquier método): 1 punto.
Expresión correcta de la solución: 0,25 puntos.

EJERCICIO 4

Apartado a)

Se pide la media de los datos sin agrupar, por tanto, sumamos los valores y dividimos entre 19. Obtenemos $\frac{33{,}2}{19} = 1{,}747368\ldots$

La media obtenida es, aproximadamente, de 1,7 bibliotecas por cada 10.000 habitantes.

Valoración del apartado **1,25 puntos:**

Comprensión del concepto pedido: 0,5 puntos.
Cálculo y expresión correctos: 0,75 puntos.

Apartado b)

Mostramos a continuación la tabla de frecuencias con los datos agrupados:

Intervalo	frecuencia
[0,8, 1,4)	8
[1,4, 2)	5
[2, 2,6)	3
[2,6, 3,2)	2
[3,2, 3,8)	0
[3,8, 4,4]	1

Valoración del apartado **1,25 puntos:**

AÑO 2014

1. Un coche que actualmente tiene un valor de 30 000 € se deprecia a un ritmo de un 15% anual. Calcule:

a) Su precio dentro de 4 años. Exprese el resultado redondeado a los céntimos de euro.

b) La función que da el precio del vehículo según los años transcurridos.

c) Cuánto tiempo tardará el precio en reducirse a la mitad.

2. Javier está sentado en la orilla de un río mientras observa la torre de una iglesia que está en la orilla opuesta. Mide el ángulo que forma su visual con el punto más alto de la torre y obtiene 35º; retrocede 5 m y mide el nuevo ángulo, obteniendo en este caso un ángulo de 25º. Calcula la altura de la torre y la anchura de río. Exprese el resultado redondeando a las centésimas.

3. La diagonal de un jardín rectangular mide 2 cm más que uno de los lados. Sabiendo que su perímetro es de 14 cm:

a) Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular las dimensiones del jardín.

b) Calcule las dimensiones del jardín.

4. En un hispotal se quiere estimar el peso de las niñas recién nacidas. Para ello se seleccionan, de forma aleatoria, cien de estas, obteniéndose los siguientes resultados:

Intervalos (kg)	[1;1,5)	[1,5;2)	[2;2,5)	[2,5;3)	[3;3,5)	[3,5;4)	[4;4,5)	[4,5;5)
Nº de niñas	1	2	5	20	40	26	5	1

Dirección General de Educación Secundaria,
Formación Profesional y Enseñanzas de Régimen Especial
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN,
JUVENTUD Y DEPORTE
Comunidad de Madrid

Prueba de Acceso a Ciclos Formativos de
GRADO SUPERIOR - MAYO 2014
Turno General - Parte Común
Ejercicio de FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS
SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN Y SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- La valoración de este **Ejercicio** es entre 0 y 10 sin decimales.
- Se valorará la comprensión de las cuestiones planteadas, así como la buena presentación.
- Se indica a continuación la puntuación de cada una de las cuestiones que constituyen el **Ejercicio de Fundamentos de Matemáticas.**

Cuestión 1ª.- **3,0 Puntos.** Apartado a) 1 punto; b) 0,7 puntos y c)1,3 puntos.
Cuestión 2ª.- **2,5 Puntos.**
Cuestión 3ª.- **2,0 Puntos.** 1 punto cada apartado.
Cuestión 4ª.- **2,5 Puntos.** Apartado a) 2 puntos y b) 0,5 puntos.

SOLUCIÓN CUESTIÓN 1 :

Un coche que actualmente cuesta 30 000 € se deprecia a un ritmo de un 15% anual. Calcule:
a) Su precio dentro de 4 años. Exprese el resultado redondeando a los céntimos de euro
b) La función que da el precio del vehículo según los años transcurridos,
c) Cuánto tiempo tardará el precio en reducirse a la mitad.

Valoración del problema: 3puntos

Apartado a)

$$P_{4años} = 30000 \cdot (1-0{,}15)^4 = 30000 \cdot 0{,}85^4 \approx 15660{,}19€$$

Valoración del apartado **1 punto**:
Planteamiento del problema 0,7 puntos
Cálculos correctos 0.3 puntos

Apartado b)

$$P = 30000 \cdot 0{,}85^t$$

Valoración del apartado **0,7 puntos**

Apartado c)

Si el precio final es de 15 000 euros:

$$15000 = 30000 \cdot 0{,}85^t \rightarrow 0.5 = 0{,}85^t \rightarrow t = \frac{\log 0{,}5}{\log 0{,}85} \rightarrow t \approx 4{,}27 años$$

Valoración del apartado **1,3 puntos**
Comprensión del enunciado 0,7 puntos
Desarrollo 0,3 puntos
Cálculos correctos 0,3 puntos

SOLUCIÓN CUESTIÓN 2 :

Javier está sentado en la orilla de un río mientras observa la torre de una iglesia que está en la orilla opuesta. Mide el ángulo que forma su visual con el punto más alto de la torre y obtiene 35°; retrocede 5 m y mide el nuevo ángulo, obteniendo en este caso un ángulo de 25°. Calcula la altura de la torre y la anchura de río. Exprese el resultado redondeando a las centésimas

Hacemos una representación del problema y llamamos:
h = altura de la torre
x = anchura del río

Se trata de encontrar los catetos del triángulo rectángulo formado por la altura de la torre, la anchura del río y la visual con el punto más alto de la torre como hipotenusa

$$\left.\begin{array}{l} tg35^\circ = \dfrac{h}{x} \\ tg25^\circ = \dfrac{h}{x+5} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} h = xtg35^\circ \\ h = (x+5)tg25^\circ \end{array}\right\} \rightarrow xtg35^\circ = (x+5)tg25^\circ \rightarrow 0{,}7x = (x+5)\cdot 0{,}47 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0{,}7x = 0{,}47x + 2{,}35 \rightarrow 0{,}23x = 02{,}35 \rightarrow x \approx 10{,}22m \rightarrow h = 10{,}22 \cdot 0{,}7 = 7{,}15m$$

La altura de la torre es de 7,15m, y la anchura del río, de 10,22m

Valoración del problema 2,5 puntos:

En este ejercicio el planteamiento es común para ambos apartados.
Planteamiento del problema **1 punto**
Desarrollo **0,5 puntos**
Cálculo correcto de la altura del árbol **0,5 puntos** y cálculo correcto de la anchura del río **0,5 puntos**
Si los resultados no están expresados de forma correcta, con el redondeo que se pide, se restará 0,1punto.

SOLUCIÓN CUESTIÓN 3 :

La diagonal de un jardín rectangular mide 2 cm más que uno de los lados. Sabiendo que su perímetro es de 14cm. a) Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular las dimensiones del jardín. b) Calcule las dimensiones del jardín

Hacemos una representación del problema y llamamos **x** a uno de los lados, **x+2** a la diagonal e **y** al otro lado

$$\begin{cases} 2x+2y=14 \\ (x+2)^2 = x^2+y^2 \end{cases} \to y = 7-x \to (x+2)^2 = x^2+(7-x)^2 \to x^2+4x+4 = x^2+49-14x+x^2 \to$$

$$x^2-18x+45=0 \to x = \frac{18 \pm \sqrt{324-180}}{2} = \frac{18 \pm 12}{2} \to x=3 \to x=15$$

Calculamos el valor de y:

Si $x=3 \to y=7-3=4$
Si $x=15 \to y=7-15=-8 \to$ Esta solución no sirve, una longitud no puede ser negativa

Luego las dimensiones del rectángulo son 3 cm y 4 cm.

Valoración del problema: 2puntos
Apartado a) 1punto
Apartado b) desarrollo 0,5 puntos y dimensiones correctas del jardín 0,5 puntos

SOLUCIÓN CUESTIÓN 4 :

En un hospital se quiere estimar el peso de las niñas recién nacidas. Para ello se seleccionan, de forma aleatoria, cien de estas, obteniéndose los siguientes resultados:

Intervalos (Kg)	[1;1,5)	[1,5;2)	[2;2,5)	[2,5;3)	[3;3,5)	[3,5;4)	[4;4,5)	[4,5;5)
Nº de niños	1	2	5	20	40	26	5	1

Calcule:
a) la media, la moda, la mediana y la desviación típica
b) el porcentaje de niñas con un peso superior a 3kg
(Exprese todos los resultados redondeados a las centésimas)

Los cálculos previos pueden verse en la siguiente tabla

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
1,25	1	1,25	1,56
1,75	2	3,50	6,13
2,25	5	11,25	25.31
2,75	20	55	151,25
3,25	40	130	422,5
3,75	26	97,5	365,63
4,25	5	21,25	90,31
4,75	1	4,75	22,56
Sumas	**100**	**324,5**	**1085,25**

La media, $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \dfrac{324{,}5}{100} = 3{,}25$ **; la moda,** $M_o = 3{,}25$ **; La mediana,** $M_e = 3{,}25$

La varianza $\dfrac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \dfrac{1085{,}25}{100} - (3{,}25)^2 = 0{,}29$ **; La desviación típica,** $\sigma = \sqrt{0{,}29} = 0{,}54$

El porcentaje de niñas con un peso superior a 3Kg **es un 72%**

Valoración del problema: 2,5 puntos

Apartado a) Los cálculos previos 0,5puntos, La media 0,5 puntos, la moda 0,25 puntos, la mediana 0,25 puntos, la desviación típica 0,5 puntos.

Apartado b) 0,5 puntos
Si los resultados no están expresados de forma correcta, con el redondeo que se pide, se restará 0,1punto.

AÑO 2015

1. Los alumnos de 1º de Bachillerato organizan una excursión para la cual alquilan un autocar cuyo precio es de 540 €. Al salir, no se presentan 6 estudiantes y esto hace que cada uno de los otros pague 3 € más. Calcule:

a) Número de estudiantes que fueron a la excursión y cantidad que pagó cada uno.

b) La función que expresa el precio de la excrusión en función del número de estudiantes.

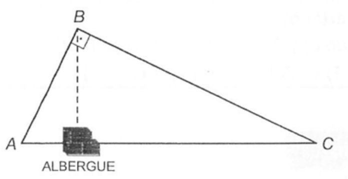
c) ¿Cuántos estudiantes deben acudir para que el precio no sea superior a 20 €?

2. Determine el dominio de las siguientes funciones:

   a) $y = \frac{5x+1}{3x^3-5x^2-2x}$

   b) $y = \frac{6}{\sqrt{2x-3}}$

3. Calcule el perímetro del triángulo ABC que se muestra en la figura sabiendo que AC=5 km y la distancia B al albergue es de 2,4 km. Exprese el resultado redondeado a las centésimas.



4. Apartado a:

Lanzamos un dado tres veces seguidas. Calcule la probabilidad de obtener:

i) A= “Tres cincos”.

ii) B= “El mismo número las tres veces”.

Apartado b:

Se quiere hacer un estudio para ver el número de horas semanales que los niños están frente a la televisión. Para ello se ha preguntad a 40 familias con hijos de edades comprendidas entre 2 y 5 años, por el número de horas semanales que sus hijos ven la televisión. Las respuestas han sido las siguientes:

10	15	5	35	40	27	32	36	40	41
2	4	13	24	33	28	40	32	30	21
16	1	7	18	24	7	28	29	38	41
23	20	21	32	34	6	12	23	26	31

i) Haga una tabla de frecuencias agrupando los datos en 6 intervalos.

ii) Calcule la media y la desviación típica.

Exprese los resultados con una aproximación a las centésimas.

Dirección General de Educación Secundaria,
Formación Profesional y Enseñanzas de Régimen Especial
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN,
JUVENTUD Y DEPORTE
Comunidad de Madrid

Prueba de Acceso a Ciclos Formativos de
GRADO SUPERIOR - MAYO 2015
Turno General - Parte Común
Ejercicio de Fundamentos de matemáticas

SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN Y SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- La valoración de este **Ejercicio** es entre 0 y 10 sin decimales.
- Se valorará la comprensión de las cuestiones planteadas, así como la buena presentación.
- Se indica a continuación la puntuación de cada una de las cuestiones que constituyen el **Ejercicio de FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS.**

Cuestión 1ª.- **2,5 puntos. (1 punto el apartado a), 1 punto el apartado c) y 0.5 puntos el b))**
Cuestión 2ª.- **2,0 puntos. (1 punto por cada apartado)**
Cuestión 3ª.- **2,0 puntos. (1,5 puntos el apartado a) y 0,5 puntos el apartado b))**
Cuestión 4ª.- **3,5 puntos (1 punto el apartado A) y 2,5 puntos el apartado B)).**

SOLUCIÓN CUESTIÓN 1:

1. Los alumnos de 1º de Bachillerato organizan una excursión para la cual alquilan un autocar cuyo precio es de 540 €. Al salir, no se presentan 6 estudiantes y esto hace que cada uno de los otros pague 3 € más. Calcule:

a) Número de estudiantes que fueron a la excursión y cantidad que pagó cada uno.

b) La función que expresa el precio de la excursión en función del número de estudiantes.

c) ¿Cuántos estudiantes deben acudir para que el precio no sea superior a 20€?

Valoración del problema: 2,5 puntos

Apartado a) 1 punto:

Valoración 0,75 el planteamiento y **0.25** los cálculos correctos

a) Estudiantes que fueron a la excursión

x = nº de estudiantes que organizan la excursión
y = precio que hubiera pagado cada estudiante que organizaba la excursión

$$\begin{cases} \dfrac{540}{x} = y \\ \dfrac{540}{x-6} = y+3 \end{cases}$$

$$\frac{540}{x-6} = \frac{540}{x} + 3 \rightarrow 540x = (x-6) + 3x(x-6) \rightarrow 540x = 540x - 3240 + 3x^2 - 18x \rightarrow 3x^2 - 18x - 3240 = 0$$

$$\rightarrow x^2 - 6x - 1080 = 0 \rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36+4320}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4356}}{2} = \frac{6 \pm 66}{2} \rightarrow x_1 = 36 \rightarrow x_2 = -30 nosirve$$

El precio de cada alumno será:

$$y = \frac{540}{36} = 15$$

Van 30 estudiantes a la excursión y cada uno paga 18 €.

Apartado b) 0,5 puntos

b) La función que expresa el precio de la excursión en función del número de estudiantes.

$$y = \frac{540}{x}$$

x = nº de estudiantes que organizan la excursión
y = precio de la excursión

Apartado c) 1punto

Valoración: comprensión del enunciado **0,7 puntos** ; cálculos correctos **0,3 puntos**

c) ¿Cuántos estudiantes deben acudir para que el precio no sea superior a 20€?

$$\frac{540}{x} \leq 20 \rightarrow x \geq \frac{540}{20} \rightarrow x \geq 27$$

Deben acudir 27 estudiantes o más

SOLUCIÓN CUESTIÓN 2:

Determine el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{5x+1}{3x^3 - 5x^2 - 2x}$

b) $y = \dfrac{6}{\sqrt{2x-3}}$

Valoración de la cuestión: 2puntos

Apartado a) 1 punto: comprensión del enunciado **0,75 puntos**, cálculos correctos **0,25 puntos**

$$y = \frac{5x+1}{3x^3 - 5x^2 - 2x}$$

Vemos que valores de x anulan el denominador

$$3x^3 - 5x^2 - 2x = 0 \rightarrow x\left(3x^2 - 5x - 2\right) = 0 \rightarrow x = 0y$$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6} \rightarrow x = 2 \text{ y } x = -\frac{1}{3}$$

Los valores que anulan el denominador son x=0, x=2 y $x = -\frac{1}{3}$ y, por lo tanto, no pertenecen al dominio; el dominio de la función es $Domf = R - \left\{-\frac{1}{3}, 0, 2, \right\}$

Apartado b) 1 punto: comprensión del enunciado **0,75 puntos**, cálculos correctos **0,25 puntos**

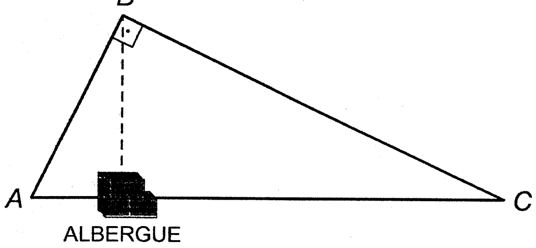
$$y = \frac{6}{\sqrt{2x-3}}$$

Buscamos los valores de x que hagan $2x - 3 > 0$;

$$2x-3>0 \to 2x>3 \to x>\frac{3}{2} \to Domf = \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$$

SOLUCIÓN CUESTIÓN 3:

Calcule el perímetro del recinto que se muestra en la figura sabiendo que AC= 5Km y la distancia de B al albergue es de 2,4 Km



a) Calcule $\overline{AB}$ **y** $\overline{BC}$
b) Calcule el perímetro
Valoración del problema 2 puntos

Apartado a): 1,5 puntos

Valoración **Cálculo de x** (distancia de A al albergue) **0,75 puntos, cálculo de AB y BC 0,75 puntos**

para cada uno de los cálculos: planteamiento 0,5 puntos y resultados correctos 0,25 puntos

Apartado b): 0,5 puntos

Cálculo del perímetro: **0,5 puntos**

Llamamos **x** a la distancia de A al albergue; **y:** distancia AB; **z:** distancia BC

Calculamos x, aplicando el teorema de la altura:

$$2{,}4^2 = x\cdot(5-x) \to 5{,}76 = 5x - x^2 \to x^2 - 5x + 5{,}76 = 0 \to$$
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-23{,}04}}{2} = \frac{5 \pm 1{,}4}{2} \to x = 3{,}2 yx = 1{,}8$$
$$Six = 3{,}2 \to 5 - x = 5 - 3{,}2 = 1{,}8$$
$$Six = 1{,}8 \to 5 - x = 5 - 1{,}8 = 3{,}2$$

Luego x=1,8 Km y 5-x=3,2 Km

Calculamos y y z aplicando el teorema del cateto:

$$y^2 = 1{,}8 \cdot 5 = 9 \rightarrow y = 3km$$
$$z^2 = 3{,}2 \cdot 5 = 16 \rightarrow z = 4Km$$

El perímetro del recinto es 3+4+5=12Km

SOLUCIÓN CUESTIÓN 4:

. **A.** Lanzamos un dado tres veces seguidas. Calcule la probabilidad de obtener
i) A="tres cincos" ii) B= "El mismo número las tres veces.

B. Se quiere hacer un estudio para ver el número de horas semanales que los niños están frente a la televisión. Para ello se ha preguntado a 40 familias, con hijos comprendidos entre 2 y 5 años, por el número de horas semanales que sus hijos ven la televisión. Las respuestas han sido las siguientes:

10,	**15,**	**5,**	**35,**	**40,**	**27,**	**32,**	**36,**	**40,**	**41**
2,	**4,**	**13,**	**24,**	**33,**	**28,**	**40,**	**32,**	**30,**	**21**
16,	**1,**	**7,**	**18,**	**24,**	**7,**	**28,**	**29,**	**38,**	**41**
23,	**20,**	**21,**	**32,**	**34,**	**6,**	**12,**	**23,**	**26,**	**31**

i) Haga una tabla de frecuencias agrupando los datos en 6 intervalos y ii) calcule la media y la desviación típica .Exprese los resultados aproximando a las centésimas

Valoración de la cuestión: 3,5 puntos

Apartado A): 1 punto

Apartado i) A= **0,5 puntos**:

Valoración: **0,3 puntos** el planteamiento y **0,2 puntos** cálculos correctos

$$P[A] = P[5] \cdot P[5] \cdot P[5] = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

Apartado ii) B= **0,5 puntos**

Valoración: **0,3 puntos** el planteamiento y **0,2 puntos** cálculos correctos

$$P[B] = P[tres1] + P[tres2] + P[tres3] + P[tres4] + P[tres5] + P[tres6] = 6 \cdot \frac{1}{216} = \frac{1}{36}$$

Apartado B): 2,5 puntos

Valoración: **i)** elaboración de la tabla **0,5 puntos**,

Los valores extremos son 1 y 41. Rango r=41-1=40; el primer múltiplo de 6 por encima de 40 es 42 ;tomamos 6 intervalos de amplitud 7

Intervalo	Marca de clase x_i	f_{ii}
$[0,7)$	3,5	5
$[7,14)$	10,5	5
$[14,21)$	17,5	4
$[21,28)$	24,5	8
$[28,35)$	31,5	10
$[35,42)$	38,5	8

Valoración: **ii)** Cálculo de la media **1 punto**. Cálculo de la desviación típica **1 punto**

x_i	f_i	$f_i x_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
3,5	5	17,5	6125
10,5	5	52,5	55125
17,5	4	70	1225
24,5	8	196	4802
31,5	10	315	99225
38,5	8	308	11858
	40	959	28420

Media: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{959}{40} = 23{,}98$

Valoración : elaboración de la tabla **0,3 puntos.** Planteamiento de la media **0,5puntos** ,y cálculos correctos **0,2 puntos** .

Desviación típica $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{28420}{40} - 23{,}98^2} = 11{,}64$

Valoración : elaboración de la tabla **0,3 puntos.** Planteamiento de la desviación típica **0,5 puntos** ,

Cálculos correctos **0,2 puntos**

AÑO 2016

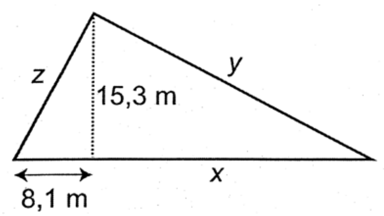
1. Un comerciante compra dos productos por 500 € y después los vende. Por la venta del primero de los artículos obtiene un 5% de beneficio; y, por la venta del segundo, un 4,5% de beneficio. Sabiendo que consiguió 3,15 € más de beneficio por la venta del primero que por la del segundo, ¿cuánto le costó cada uno de ellos?

2. Determine el dominio de las siguientes funciones:

   a) $y = \frac{2x^2-3}{x^3+2x^2+x}$

   b) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$

3. María y Javier han comprado una vivienda en la que comparten un terreno en forma de triángulo rectángulo, donde quieren construir un jardín. La altura y la proyección de un lado sobre el lado mayor (hipotenusa) miden 15,3 m y 8,1 m, respectivamente. Calcule el perímetro y la superficie del jardín expresando el resultado con una aproximación a las décimas.



4. En una urna, tenemos 4 bolas blancas y 8 negras. Sacamos dos bolas a la vez. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Dos bolas blancas.

b) Dos bolas de distinto color.

Prueba de acceso a ciclos formativo de GRADO SUPERIOR - MAYO 2016
Parte COMÚN- FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS
SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN Y SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- La valoración de este **ejercicio** es entre 0 y 10 sin decimales. En el caso de que al calcular la nota final la suma no resulte un número entero, se redondeará al alza únicamente cuando se alcancen las 5 décimas.
- Se valorará la habilidad para seguir determinados procesos de pensamiento y aplicar algunos algoritmos de cálculo para identificar la validez de los razonamientos y valorar el grado de certeza asociado a los resultados derivados de los razonamientos válidos.
- Se indica a continuación la puntuación de cada una de las cuestiones que constituyen el **ejercicio de la PARTE MATEMÁTICA.**

  Cuestión 1ª.- **2,5 puntos: 1 punto por el planteamiento y 1,5 puntos por la resolución.**
  Cuestión 2ª.- **2,5 puntos: 1,25 puntos por cada función.**
  Cuestión 3ª.- **2,5 puntos.**
  Cuestión 4ª.- **2,5 puntos: a) 1,25 puntos, b) 1,25 puntos.**

SOLUCIÓN CUESTIÓN 1:

Un comerciante compra dos productos por 500 € y después los vende. Por la venta del primero de los artículos obtiene un 5% de beneficio; y, por la venta del segundo, un 4,5% de beneficio. Sabiendo que consiguió 3,15 € más de beneficio por la venta del primero que por la del segundo, ¿cuánto le costó cada uno de ellos?

1 punto el planteamiento y 1,5 puntos la resolución del sistema (se descontarán 0,2 puntos por cada fallo en el cálculo).

x=precio inicial del primer producto
y= precio inicial del segundo producto

$$\begin{cases} x+y=500 \\ 0{,}05x = 0{,}045y + 3{,}15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=500 \\ 0{,}05x - 0{,}045y = 3{,}15 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -0{,}05x - 0{,}05y = -25 \\ 0{,}05x - 0{,}045y = 3{,}15 \end{cases}$$

sumamos las dos ecuaciones:

$$-0{,}095y = -21{,}85 \rightarrow y = \frac{21{,}85}{0{,}095} = 230€ \rightarrow x = 500 - 230 = 270€$$

El primero costó 270 € y el segundo, 230 €.

Valoración del problema: 2,5 puntos.

SOLUCIÓN CUESTIÓN 2:

Determine el domino de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{2x^2 - 3}{x^3 + 2x^2 + x}$

b) $y = \dfrac{\sqrt{x-2}}{x-5}$

a) $y = \dfrac{2x^2 - 3}{x^3 + 2x^2 + x}$

Vemos que valores de x anulan el denominador:

$$x^3 + 2x^2 + x = 0 \rightarrow x(x^2 + 2x + 1) = 0 \rightarrow x = 0$$

y

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow (x+1)^2 = 0 \rightarrow x = -1$$

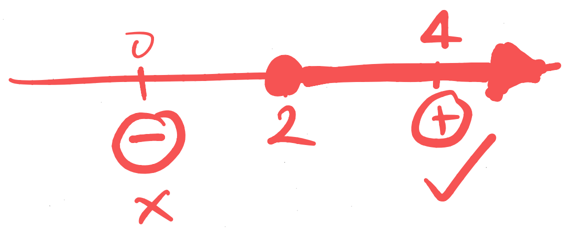
Los valores que anulan el denominador son x= 0 y x= -1; por lo tanto, no pertenecen al dominio; dominio de la función es: $Domf = R - \{-1,0\}$

1,25 puntos: comprensión del enunciado 0,75 puntos, cálculos correctos 0,50 puntos.

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

b) $y = \dfrac{\sqrt{x-2}}{x-5}$

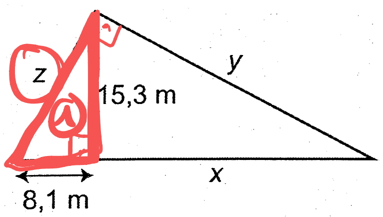
$$\begin{cases} x - 5 \neq 0 \rightarrow x \neq 5 \\ \underline{x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2} \end{cases} \rightarrow \qquad Domf = \underbrace{[2,5)}\cup\underbrace{(5,\infty)}$$



1,25 puntos: comprensión del enunciado 0,75 puntos, cálculos correctos 0,50 puntos.

SOLUCIÓN CUESTIÓN 3:

María y Javier han comprado una vivienda en la que comparten un terreno en forma de triángulo rectángulo, donde quieren construir un jardín. La altura y la proyección de un lado sobre el lado mayor (hipotenusa) miden 15,3 m y 8,1 m, respectivamente. Calcule el perímetro y la superficie del jardín expresando el resultado con una aproximación a las décimas.



$z^2 = 15'3^2 + 8'1^2$

$\boxed{z = 17'3\ m}$

$37^2 = 17'3^2 + y^2$

$y = 32'7\ m$

Calculamos x , utilizando el teorema de la altura:

$$15{,}3^2 = 8{,}1 \cdot x \rightarrow x = \frac{234{,}09}{8{,}1} = 28{,}9m$$

Calculamos y, z , utilizando el teorema del cateto:

$$y^2 = 28{,}9 \cdot (28{,}9 + 8{,}1) = 1069{,}3 \rightarrow y = 32{,}7m$$
$$z^2 = 8{,}1(28{,}9 + 8{,}1) = 299{,}7 \rightarrow z = 17{,}3m$$

x=28,9m y=32,7m z=17,3m

El perímetro del jardín será: $37 + 32{,}7 + 17{,}3 = 87m$

La superficie es: $S = \frac{37 \cdot 15{,}3}{2} = 283m^2$

Valoración del problema: 2,5 puntos:

Cálculo de x: 0,5 puntos; cálculo de y: 0,5 puntos; cálculo de z: 0,5 puntos, por este método o cualquier otro válido.

Cálculo del perímetro, 0,5 puntos. Cálculo de la superficie, 0,5 puntos.

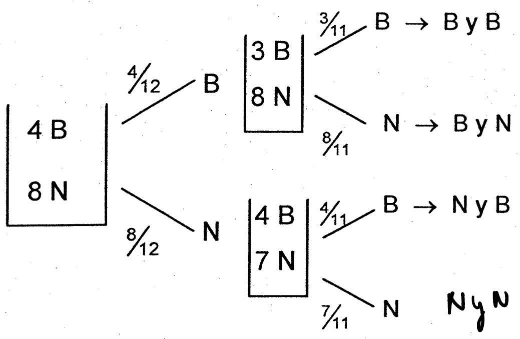
Se descontará 0,1 por cada fallo en el cálculo.

SOLUCIÓN CUESTIÓN 4:

En una urna, tenemos 4 bolas blancas y 8 negras. Sacamos dos bolas a la vez. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Dos bolas blancas.
b) Dos bolas de distinto color.

<u>1ª bola</u> <u>2ª bola</u>



a) 1,25 puntos.

$$P[ByB] = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{1}{11}$$

b) 1,25 puntos.

$$P[ByN] + P[NyB] = \frac{4}{12} \cdot \frac{8}{11} + \frac{8}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{8}{33} + \frac{8}{33} = \frac{16}{33}$$

Se descontarán 0,2 puntos por cada fallo en el cálculo.

Valoración del problema: 2,5 puntos.

AÑO 2017

1. Juan tiene dos gimnasios cerca de sus casa y no sabe por cuñal decidirse. En el gimnasio A le cobran 20 € iniciales en concepto de matrícula y 30 € por mes. En el gimnasio B no le cobran gastos de matrícula, pero el precio por mes asciende a 40 €.
   a) Calcule lo que le costaría tres meses de gimnasio en cada una de las opciones.
   b) Exprese la función que relaciona y=precio total en función de x=número de meses en cada una de las dos opciones.
   c) Calcule el número de meses que deben transcurrir para que se igualen los precios de las dos opciones.
2. Estudie razonadamente la posición relativa de las dos siguientes parejas de rectas. En el caso de que sean secantes, calcule el punto de corte.

a) $r_1: 2x - 3y + 5 = 0 \; y \; r_2: x + 3y + 1 = 0$

b) $s_1: -x + y - 2 = 0 \; y \; s_2: 2x - 2y = 5$

3. Por dos camisetas y una falda, Lucía ha pagado 85 €. Si las camisetas las hubiesen rebajado un 20% y la falda un 30% habría pagado 64,5 €. Calcule el precio que Lucía ha pagado por cada camiseta y por la falda
4. En unos multicines hay 20 salas de proyección. En 7 salas proyectan películas de acción y en 5 salas películas románticas. Elegimos una sala al azar. Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) P(A) siendo A=sea una película de acción.

b) P(B) siendo B=no sea una película romántica.

c) P(C) siendo C=no sea ni película de acción ni película romántica.

d) P(D) siendo D=sea película de acción o película romántica.

Prueba de Acceso a Ciclos Formativos
GRADO SUPERIOR MAYO 2017
Parte común
FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS
SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN Y SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN
La valoración de este **Ejercicio** es entre 0 y 10 sin decimales. Se valorará la comprensión de las cuestiones planteadas así como la buena presentación. Se indica a continuación la puntuación de cada una de las cuestiones que constituyen el **Ejercicio de FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA** Cuestión 1ª.- **2,5 puntos: a) 0,5 puntos b) 1 punto c) 1 punto.** Cuestión 2ª.- **2,5 puntos: a) 1,5 puntos b) 1 punto.** Cuestión 3ª.- **2 puntos.** Cuestión 4ª.- **2 puntos: a) 0,5 puntos b) 0,5 puntos c) 0,5 puntos d) 0,5 puntos.** Cuestión 5ª.- **1 punto.**

Notas:

- En la solución a cada cuestión se deben incluir las aclaraciones y criterios de valoración a tener en cuenta en la corrección. También se debe detallar la calificación parcial acorde a estos criterios para que todos los profesores correctores apliquen los mismos.
- Escribir las cuestiones de nuevo, delante de cada solución.

SOLUCIÓN CUESTIÓN 1: (20 min)

Enunciado:
Juan tiene dos gimnasios cerca de su casa y no sabe por cuál decidirse.

En el gimnasio A le cobran 20 € iniciales en concepto de matrícula y 30 € por mes.

En el gimnasio B no le cobran gastos de matrícula pero el precio por mes asciende a 40 €.

a) Calcule lo que le costaría tres meses de gimnasio en cada una de las opciones.

b) Exprese la función que relaciona y=precio total en función de x=número de meses en cada una de las dos opciones.

c) Calcule el número de meses que deben transcurrir para que se igualen los precios de las dos opciones.

Solución:

a) En la opción A: $20+30\cdot 3=110$ €

En la opción B: $40\cdot 3=120$ €

Solución: 110 € en la opción A y 120 € en la opción B.

Solución correcta opción A =**0,25 puntos.**

Solución correcta opción B =**0,25 puntos.**

b) Llamando y=precio total x=número de meses

En la opción A: $f(x)= 20+30\cdot x$

En la opción B: $g(x)= 40\cdot x$

Solución: $f(x)= 20+30\cdot x$ (opción A) $g(x)= 40\cdot x$ (opción B)

Solución correcta opción A =**0,5 puntos.**

Solución correcta opción B =**0,5 puntos**

c) Igualamos las dos funciones para hallar su punto de corte

20+30·x=40·x 20=10x

x=2 meses y=80 €

Solución = 2 meses.

Planteamiento correcto ecuación =**0,5 puntos.**

Resolución correcta número de meses =**0,5 puntos.**

SOLUCIÓN CUESTIÓN 2: (20 min)

Enunciado:
Estudie razonadamente la posición relativa de las dos siguientes parejas de rectas. En el caso de que sean secantes, calcule el punto de corte.

a) r_1 :2x-3y+5=0 r_2: x+3y+1=0

b) s_1: –x+y-2=0 s_2: 2x-2y=5

Solución:

a) Las dos primeras rectas son secantes ya que sus pendientes son distintas.

Pendiente de r_1=2/3 Pendiente de r_2=-1/3

O bien comprobando que: $\frac{2}{1} \neq \frac{-3}{3}$

En cualquier caso, hallamos el punto de corte resolviendo el sistema por el método de reducción

2x-3y+5=0
x+3y+1=0

sumando ambos miembros de la ecuación obtenemos 3x+6=0 $\Rightarrow$ x=-2 y=1/3

Estudio correcto de posición relativa =**1 punto.**

Cálculo correcto punto de corte =**0,5 puntos.**

Solución =El primer par de rectas son secantes y se cortan en el punto P(-2,1/3)

b) El segundo par de rectas son paralelas porque tienen la misma pendiente

Pendiente de s_1=1 Pendiente de s_2=1

Y además el punto P(1,3) pertenece a la recta s_1 y no pertenece a la recta s_2 pues no cumple su ecuación. $2-6 \neq 5$

O bien comprobando que: $\frac{-1}{2} = \frac{1}{-2} \neq \frac{0}{5}$

Solución =El segundo par de rectas son paralelas.

Estudio correcto de posición relativa =**1 punto.**

SOLUCIÓN CUESTIÓN 3: (15 min)

Enunciado:
Por dos camisetas y una falda, Lucía ha pagado 85 €. Si las camisas las hubiesen rebajado un 20 % y la falda un 30 % habría pagado 64,5 €. Calcule el precio que Lucía ha pagado por cada camiseta y por la falda.

Solución:

Lamemos x=precio de una camiseta y=precio de una falda

Planteamos el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 2x + y = 85 \\ 2 \cdot 0{,}8x + 0.7y = 64{,}5 \end{cases}$$

Resolvemos aplicando el método de sustitución

y=85-2x

2·0,8x+0,7(85-2x)=64,5

1,6x+59,5-1,4x=64,5

0,2x=5

x=25 € y=35 €

Solución =El precio de una camiseta es 25 € y el de una falda es 35 €.

Planteamiento correcto del sistema =**1 punto.**

Resolución correcta del sistema =**1 punto.**

SOLUCIÓN CUESTIÓN 4: (15 min)

Enunciado:
En unos multicines hay 20 salas de proyección. En 7 salas proyectan películas de acción y en 5 salas películas románticas. Elegimos una sala al azar. Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) P(A) siendo A=sea una película de acción.
b) P(B) siendo B=no sea película romántica.
c) P(C) siendo C=no sea ni película de acción ni película romántica.
d) P(D) siendo D=sea una película de acción o película romántica.

Solución:

Aplicamos la regla de Laplace

a) P(A)=$\frac{7}{20}$

Solución: la probabilidad de que sea una película de acción es $\frac{7}{20}$

b) P(B)=$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Solución: la probabilidad de que no sea una película romántica es $\frac{3}{4}$

c) P(C)=$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

Solución: la probabilidad de que no sea ni de acción ni romántica es $\frac{2}{5}$

d) P(D)=$\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

Solución: la probabilidad de que sea una película de acción o una película romántica es $\frac{3}{5}$

SOLUCIÓN CUESTIÓN 5: (10 min)

Enunciado:

Calcule el dominio de definición de la función f(x)=$\frac{x^2-2}{x^2-1}$

Solución:

Igualamos a 0 el denominador y resolvemos la ecuación x^2-1=0 obteniendo dos soluciones: x=$\pm$1

Solución = El dominio será D=R\ $\{-1, 1\}$

Planteamiento de la ecuación =**0,25 puntos.**

Resolución de la ecuación =**0,25 puntos.**

Expresión correcta del dominio =**0,5 puntos.**

AÑO 2018

1. Consideramos la recta r que pasa por los puntos A(1,3) y B(-1,5).
   a) Calcule su pendiente.
   b) Halle la ecuación de dicha recta.
   c) Estudie razonadamente la posición relativa de la siguiente pareja de rectas:

$$r_1: x + y - 5 = 0 \; y \; r_2: -x + y - 3 = 0$$

En el caso de que sean secantes, calcule su punto de corte.

2. Un comerciante vende quesos de tres tipos: curado, semicurado y tierno. Los precios de cada uno de ellos son: 12 €/kg, 10 €/kg y 9 €/kg respectivamente. Halle el número de kg vendidos de cada tipo sabiendo que se han vendido 21 kg en total, que el número de kg de queso semicurado es el doble que el número de kg de queso curado y que el importe total de la venta son 214 €.
3. De una bolsa que contiene 10 bolas amarillas y 5 bolas blancas extraemos en primer lugar una bola al azar y sin devolverla a la bolsa extraemos otra bola al azar. Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:
   a) P(A) siendo A=extraer dos bolas amarillas.
   b) P(B) siendo B=extraer una bola de cada color.
   c) P(C) sienco C=extraer dos bolas del mismo color.
   d) P(D) siendo D=extraer al menos una bola blanca.
4. Calcule el dominio de definición de la función $f(x) = \frac{2x+1}{x^3-x}$

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN Y SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Este ejercicio se calificará entre 0 y 10, sin decimales.

Se valorará la comprensión de las cuestiones planteadas así como la buena presentación.

Se indica a continuación la puntuación de cada una de las cuestiones que constituyen el **ejercicio de FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS**

Cuestión 1ª.- **2 puntos:** a) 0,5 puntos b) 0,5 punto c) 1 punto.
Cuestión 2ª.- **2 puntos.**
Cuestión 3ª.- **3 puntos:** a) 0,75 puntos b) 0,75 puntos c) 0,75 puntos d) 0,75 puntos.
Cuestión 4ª.- **1 punto.**
Cuestión 5ª.- **2 puntos:** a) 0,5 puntos b) 1,5 puntos.

Notas:

- En la solución a cada cuestión se deben incluir las aclaraciones y criterios de valoración a tener en cuenta en la corrección. También se debe detallar la calificación parcial acorde a estos criterios para que todos los profesores correctores apliquen los mismos.
- Escribir las cuestiones de nuevo, delante de cada solución.

SOLUCIÓN CUESTIÓN 1: 2 puntos: a) 0,5 puntos b) 0,5 punto c) 1 punto.

Consideramos la recta r que pasa por los puntos A(1,3) y B(-1,5)

a) Calcule su pendiente

b) Halle la ecuación de dicha recta

c) Estudie razonadamente la posición relativa de la siguiente pareja de rectas:

r_1 : x+y-5=0 r_2: - x+y-3=0   En el caso de que sean secantes, calcule su punto de corte.

Solución:

a) Calculamos la pendiente m a partir de las coordenadas de los dos puntos A(1,3) y B(-1,5)

$$m=\frac{5-3}{-1-1}=\frac{2}{-2}=-1$$

Solución: m=-1

Planteamiento correcto de la pendiente =0,25 puntos

Cálculo correcto de la pendiente =0,25 puntos

b) La ecuación de la recta en forma punto pendiente será y-3=-1(x-1).

Operando y=-x+4 ecuación de la recta en forma explícita o también x+y-4=0 ecuación de la recta en forma general.

El alumno podrá calcular la ecuación de la recta en cualquiera de sus formas, sin necesidad de utilizar el resultado del apartado a)

Solución: x+y-4=0 o cualquier otra forma de expresión de la ecuación de la recta.

Planteamiento correcto de la ecuación de la recta =0,25 puntos

Cálculo correcto de la ecuación de la recta =0,25 puntos

c) Las rectas r_1 : x+y-5=0 r_2: - x+y-3=0 son secantes pues sus pendientes son distintas

Pendiente de r_1=-1 Pendiente de r_2=1

Calculamos su punto de corte resolviendo el sistema $\begin{cases} x+y-5=0 \\ -x+y-3=0 \end{cases}$

2y=8 $\Rightarrow$ y=4 x=1 El punto de intersección será el punto P(1,4)

Solución: Rectas secantes. Punto de intersección el punto P(1,4)

Estudio de la posición relativa: 0,5 puntos

Cálculo del punto de intersección: 0,5 puntos

SOLUCIÓN CUESTIÓN 2: 2 puntos.

Enunciado:
Un comerciante vende quesos de tres tipos: curado, semicurado y tierno. Los precios de cada uno de ellos son: 12 €/kg, 10 €/kg y 9 €/kg respectivamente. Halle el número de kg vendidos de cada tipo sabiendo que se han vendido 21 kg en total, que el número de kg de queso semicurado es el doble que el número de kg del queso curado y que el importe total de la venta son 214 €.

Solución:
Plantearemos un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, llamando:

x=número de kilogramos de queso curado
y=número de kilogramos de queso semicurado
z=número de kilogramos de queso tierno

El sistema tendrá la forma $\begin{cases} x+y+z=21 \\ y=2x \\ 12x+10y+9z=214 \end{cases}$

Resolvemos por el método de Gauss (o por otro método alternativo correcto) y obtenemos las soluciones x=5 kg y=10 kg z=6 kg

Solución: x=5 kg de queso curado y=10 kg de queso semicurado z=6 kg de queso tierno

Planteamiento correcto del sistema = 1 punto

Cálculo correcto de la solución del sistema =1 punto

SOLUCIÓN CUESTIÓN 3: 3 puntos: a) 0,75 puntos b) 0,75 puntos c) 0,75 puntos d) 0,75 puntos.

Enunciado:
De una bolsa que contiene 10 bolas amarillas y 5 bolas blancas extraemos en primer lugar una bola al azar y sin devolverla a la bolsa extraemos una segunda bola al azar. Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) P(A) siendo A=extraer dos bolas amarillas
b) P(B) siendo B=extraer una bola de cada color
c) P(C) siendo C=extraer las dos bolas del mismo color
d) P(D) siendo D=extraer al menos una bola blanca

Solución:

a) Que las dos bolas sean amarillas $P(A)=\frac{10}{15}\cdot\frac{9}{14}=\frac{3}{7}$

Solución: p(A)=3/7

Planteamiento correcto =0,5 puntos

Resolución correcta =0,25 puntos

b) Que una bola sea amarilla y la otra blanca $P(B)=\frac{10}{15}\cdot\frac{5}{14}+\frac{5}{15}\cdot\frac{10}{14}=\frac{10}{21}$

Solución: p(B)=10/21

Planteamiento correcto =0,5 puntos

Resolución correcta =0,25 puntos

c) Que las dos bolas sean del mismo color $P(C)=\frac{10}{15}\cdot\frac{9}{14}+\frac{5}{15}\cdot\frac{4}{14}=\frac{11}{21}$

Solución: p(C)=11/21

Planteamiento correcto =0,5 puntos

Resolución correcta =0,25 puntos

d) Que al menos una bola sea blanca $P(D)=1-\frac{10}{15}\cdot\frac{9}{14}=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$

Solución: p(D)=4/7

Planteamiento correcto =0,5 puntos

Resolución correcta =0,25 puntos

SOLUCIÓN CUESTIÓN 4: 1 punto.

Enunciado:

Calcule el dominio de definición de la función f(x)=$\frac{2x+1}{x^3-x}$

Igualamos a 0 el denominador y resolvemos la ecuación x^3-x=0 obteniendo tres soluciones:
x=0; x=1;x=-1

Solución = El dominio será D=R\ $\{-1,0,1\}$

Planteamiento de la ecuación =0,25 puntos

Resolución de la ecuación =0,25 puntos

Expresión correcta del dominio =0,5 puntos

SOLUCIÓN CUESTIÓN 5: 2 puntos: a) 0,5 puntos b) 1,5 puntos.

Enunciado:
Un coche que actualmente tiene un valor de 20.000 € se deprecia a un ritmo de un 15 % anual según la función y=$20.000 \cdot 0{,}85^x$ siendo x el número de años transcurridos. Calcule:

a) Su precio dentro de 2 años
b) El número de años que deben transcurrir para que su valor sea 12.282,5 €

Solución:

a) Sustituimos x=2 en la función obteniendo y=$20.000 \cdot 0{,}85^2 = 14.450$ €

Solución: Su precio dentro de 2 años será 14.450 €

Planteamiento correcto =0,25 puntos

Resolución correcta =0,25 puntos

b) Sustituimos y=12.282,5 en la función y despejamos la x

12.282,5=$20.000 \cdot 0{,}85^x$

0,614125=$0{,}85^x$

Tomando logaritmos en base 0,85 obtenemos $x = log_{0,85} 0{,}614125 = 3$ años

Solución x=3 años

Planteamiento de la ecuación =0,5 puntos

Resolución de la ecuación =1 punto

AÑO 2019

1. La función que muestra los beneficios/pérdidas obtenidos por la venta de un determinado productos de ocio vacaciones viene dada por $f(q) = -q^2 + 500q - 40000$, siendo q=número de unidades vendidas.
   a) Halle el beneficio que se obtendría con la venta de 300 unidades.
   b) Calcule el beneficio máximo y el número de unidades que sería necesario vender para alcanzar dicho beneficio máximo.
   c) Calcule el intervalo (q_1, q_2) en el que podemos garantizar que se obtendrán beneficios en la venta del producto.
2. Se ha realizado una encuesta a 350 estudiantes universitarios sobre sus preferencias respecto a elegir la playa o la montaña como lugar de veraneo. Del total de los encuestados, 195 eran varones. 185 han preferido la montaña, de entre los cuales, 92 eran mujeres.

a) Complete la siguiente tabla de contingencia con la información anterior:

	Mujer	Varón	Totales
Playa			
Montaña			
Totales			

Si se elige un encuestado al azar, calcule la probabilidad de:

b) Que sea mujer.
c) Que prefiera la playa.
d) Que sea varón y prefiera la montaña.

3. Dada la función $f(x) = \ln{(x-2)}$
   a) Calcule su dominio de definición.
   b) Calcule sus cortes con los ejes.
4. Entre peras, manzanas y naranjas, Mario ha comprado hoy 10 kg de fruta y se ha gastado 19 @. Sabemos que 1 kg de peras cuesta 2,5 €, que 1 kg de manzanas obtenemos el número de kg de naranjas.
   a) Plantee un sistema lineal de ecuaciones para hallar la cantidad de kg comprados por Mario de cada tipo de fruta.
   b) Calcule el número de kg de cada tipo de fruta.
5. Dados los puntos A(2,-3) y B(-1,4):
   a) Halle la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos.
   b) Calcule la pendiente de la recta que pasa por A y B.
   c) Calcule la ecuación de una recta que pase por B(-1,4) y sea paralela a la recta $2x + 6y - 1 = 0$.

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN Y SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

La valoración de este **Ejercicio** es entre 0 y 10 sin decimales.
Se valorará la comprensión de las cuestiones planteadas así como la buena presentación.
Se indica a continuación la puntuación de cada una de las cuestiones que constituyen el **Ejercicio de FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS**

Cuestión 1ª.- **2,5 puntos: a) 0,5 puntos; b) 1 punto; c) 1 punto.**
Cuestión 2ª.- **2,5 puntos: a) 0,5 puntos; b) 0,5 puntos; c) 0,5 puntos; d) 0,5 puntos; e) 0,5 puntos.**
Cuestión 3ª.- **1 punto: a) 0,5 puntos; b) 0,5 puntos.**
Cuestión 4ª.- **2,25 puntos: a) 0,75 puntos; b) 1,5 puntos.**
Cuestión 5ª.- **1,75 puntos: a) 0,5 puntos; b) 0,5 puntos; c) 0,75 puntos.**

SOLUCIÓN CUESTIÓN 1: 2,5 puntos: a) 0,5 puntos; b) 1 punto; c) 1 punto (20 min).

Enunciado:

La función que muestra los beneficios/pérdidas obtenidos por la venta de un determinado producto de ocio vacacional viene dada por $f(q) = -q^2+500q - 40.000$, siendo q= número de unidades vendidas.

a) Halle el beneficio que se obtendría con la venta de 300 unidades.
b) Calcule el beneficio máximo y el número de unidades que sería necesario vender para alcanzar dicho beneficio máximo.
c) Calcule el intervalo (q_1, q_2) en el que podemos garantizar que se obtendrán beneficios en la venta del producto.

Solución:

a) $f(300) = -300^2 + 500 \cdot 300 - 40.000 = -90.000 + 150.000 - 40.000 = 20.000$ €.

Solución: Con la venta de 300 unidades se obtendría un beneficio de 20.000 €

- Planteamiento correcto = 0,25 puntos
- Resolución correcta = 0,25 puntos

b) Por ser $f(q) = -q^2 + 500q - 40000$ una función cuadrática y su representación gráfica una parábola con coeficiente director negativo, el máximo se alcanzará en el vértice de la misma.

Los parámetros de la parábola serán a = -1, b = 500 y c = -40.000. Calculamos con estos valores las coordenadas del vértice:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-500}{-2} = 250$$

$y_v = f(250) = -250^2+500\cdot 250-40.000 = -62.500+125.000-40.000 = 22.500.$

Otra forma alternativa de resolver el problema sería:

El máximo de la función y = f (q) se obtiene anulando su derivada y´= 0.

$y' = -2q+500=0 \Rightarrow q = 250$ Comprobamos que $y'' = -2<0 \Rightarrow$ En q= 250 se alcanza un máximo

$f(250) = -250^2+500\cdot250-40.000 = -62.500+125.000-40.000 = 22.500.$

Solución: El beneficio máximo será de 22.500 € y se alcanzará con la venta de 250 unidades.

- Planteamiento correcto del beneficio máximo = 0,25 puntos.
- Resolución correcta del beneficio máximo = 0,25 puntos.
- Planteamiento correcto del número de unidades correspondientes al máximo = 0,25 puntos.
- Resolución correcta del número de unidades correspondientes al máximo = 0,25 puntos.

c) Para garantizar que se obtendrán beneficios en la venta del producto se debe cumplir que $f(q) > 0$.

Resolvemos la inecuación $-q^2 + 500q - 40000 > 0$.

- $q^2 + 500q - 40.000 = 0$ nos da como solución $q_1 = 200$; $q_2 = 400$.

En todos los puntos del intervalo (200,400) se verifica $f(q)>0$ por lo que el intervalo pedido será $(q_1, q2) = (200,400)$.

Solución: el intervalo (q_1, q_2) en el que podemos garantizar que se obtendrán beneficios en la venta del producto es (200,400).

- Planteamiento correcto = 0,5 puntos
- Resolución correcta = 0,5 puntos

SOLUCIÓN CUESTIÓN 2: 2,5 puntos: a) 0,5 puntos; b) 0,5 puntos; c) 0,5 puntos; d) 0,5 puntos; e) 0,5 puntos.

Enunciado:

Se ha realizado una encuesta a 350 estudiantes universitarios sobre sus preferencias respecto a elegir la playa o la montaña como lugar de veraneo. Del total de los encuestados, 195 eran varones. 185 han preferido la montaña, de entre los cuales, 92 eran mujeres.

a) Complete la siguiente tabla de contingencia con la información anterior

	Mujer	Varón	Totales
Playa			
Montaña			
Totales			

Si se elige un encuestado al azar, calcule la probabilidad de:

b) Que sea mujer.

c) Que prefiera la playa.

d) Que sea varón y prefiera la montaña.

e) Que prefiera la playa sabiendo que es mujer.

Solución:

a) Tabla de contingencia con la información anterior

	M=Mujer	V=Varón	Totales
P=Playa	63	102	165
MT=Montaña	92	93	185
Totales	155	195	350

- Cumplimentación completa correcta = 0,5 puntos
- Por cada dato erróneo se restará 0,1 puntos a los 0,5 puntos de calificación de este apartado.

b) Se elige un encuestado al azar, probabilidad de que sea mujer:

$$P(M) = \frac{155}{350} = \frac{31}{70}$$

Solución: p (M)= 31/70

- Cálculo correcto = 0,5 puntos

c) Se elige un encuestado al azar, probabilidad de que prefiera la playa.

$$P(P) = \frac{165}{350} = \frac{33}{70}$$

Solución: p (P)= 33/70

- Cálculo correcto = 0,5 puntos

d) Se elige un encuestado al azar, probabilidad de que sea varón y prefiera la montaña.

$$P(V \cap MT) = \frac{93}{350}$$

Solución: p (V∩MT)= 93/350

- Cálculo correcto = 0,5 puntos

e) Se elige un encuestado al azar, probabilidad de que prefiera la playa sabiendo que es mujer. $P(P/M) = \frac{63}{155}$

Solución: p (P/M)= 63/155

- Cálculo correcto = 0,5 puntos

<u>SOLUCIÓN CUESTIÓN 3:</u> 1 punto: a) 0,5 puntos; b) 0,5 puntos

Enunciado:

Dada la función $f(x) = \ln(x-2)$

a) Calcule su dominio de definición.
b) Calcule sus cortes con los ejes.

Solución:

a) Imponemos la condición x-2 > 0 $\Rightarrow$ x > 2 $\Rightarrow$ D= (2,∞)

Solución: El dominio será D= (2,∞)

- Planteamiento correcto = 0,25 puntos.
- Resolución correcta = 0,25 puntos.

b) Como el dominio es (2,∞) no puede haber corte con el eje OY ya que la función no puede tomar el valor x= 0.
Imponemos y = 0 para hallar el corte con el eje OX y obtenemos
ln (x-2) = 0 $\Rightarrow$ x - 2 = 1 $\Rightarrow$ x = 3.

El punto de corte será P (3,0).

Solución: La función corta al eje en el punto P (3,0).

- Planteamiento = 0,25 puntos.
- Resolución = 0,25 puntos.

SOLUCIÓN CUESTIÓN 4: 2,25 puntos: a) 0,75 puntos; b) 1,5 puntos (20 minutos)

Enunciado:

Entre peras, manzanas y naranjas, Mario ha comprado hoy 10 kg de fruta y se ha gastado 19 €. Sabemos que 1 kg de peras cuesta 2,5 € que 1 kg de manzanas cuesta 2 € y que 1 kg de naranjas cuesta 1,5 €. Si sumamos el número de kg de peras y el de manzanas obtenemos el número de kg de naranjas.

a) Plantee un sistema lineal de ecuaciones para hallar la cantidad de kg comprados por Mario de cada tipo de fruta.

b) Calcule el número de kg de cada tipo de fruta.

Solución:

a) Planteamos un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, donde:

x= nº de kg de peras; y= nº de kg de manzanas; z= nº de kg de naranjas

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ 2{,}5x+2y+1{,}5z=19 \\ x+y=z \end{cases}$$

Solución= $\begin{cases} \boldsymbol{x+y+z=10} \\ \boldsymbol{2,5x+2y+1,5z=19} \\ \boldsymbol{x+y=z} \end{cases}$

-Planteamiento correcto de cada ecuación = 0,25 puntos (en total 0,75 puntos).

b) Calculamos el número de kg de cada tipo de fruta, aplicando el método de Gauss para su resolución.

Expresamos el sistema en forma matricial

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2{,}5 & 2 & 1{,}5 & 19 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -0{,}5 & -1 & -6 \\ 0 & 0 & -2 & -10 \end{pmatrix}$$

Una vez diagonalizado, volvemos a expresarlo en forma de sistema escalonado.

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ -0{,}5y-z=-6 \\ -2z=-10 \end{cases}$$

z= 5;

-0,5 · 5 -z= -6;   z= 2;

x= 10-2-5;   x= 3

Solución= x= 3; y= 2; z= 5

- Escalonado correcto del sistema = 1 punto.
- Cálculo correcto de las soluciones = 0,5 puntos.

SOLUCIÓN CUESTIÓN 5: 1,75 puntos: a) 0,5 puntos; b) 0,5 puntos; c) 0,75 puntos (10 min).

Enunciado:

Dada los puntos A (2,-3) y B (-1,4):

a) Halle la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos.

b) Calcule la pendiente de la recta que pasa por A y B.

f) Calcule la ecuación de una recta que pase por B (-1,4) y sea paralela a la recta 2x+6y-1= 0.

Solución:

a) La recta debe pasar por los puntos A (2,-3) y B (-1,4)

Calculamos su pendiente $m = \frac{4+3}{-1-2} = \frac{-7}{3}$

Expresamos la recta en forma punto pendiente $y = y_0 + m\,(x - x_0)$

$y = -3 - \frac{7}{3}(x-2) \quad \Rightarrow y = -\frac{7}{3}x + \frac{5}{3}$ expresada en forma explícita

Otra forma de resolverlo es plantear el sistema de ecuaciones:

$\begin{cases} -3 = 2m + n \\ 4 = -m + n \end{cases}$ obteniendo m= -7/3 y n= 5/3

Solución =La recta que pasa por A y B es la recta de ecuación $y = -\frac{7}{3}x + \frac{5}{3}$

Nota: La ecuación se podrá expresar en sus diferentes formas.

- Planteamiento correcto = 0,25 puntos.
- Cálculo correcto de la ecuación = 0,25 puntos.

b) Calculamos su pendiente $m = \frac{4+3}{-1-2} = \frac{-7}{3}$

Solución= $\boldsymbol{m = \frac{-7}{3}}$

- Planteamiento correcto = 0,25 puntos.
- Cálculo correcto = 0,25 puntos.

c) Calculamos la ecuación de una recta que pase por B (-1,4) y es paralela a la recta 2x+6y-1= 0.

Si son paralelas tendrán la misma pendiente 2x+6y+k= 0. Como debe pasar por el punto B (-1,4) se deberá cumplir que – 2 + 24 + k = 0 ⇒ k = - 22 ⇒ 2x + 6y – 22 = 0 ⇒ x – 3y – 11 = 0.

Solución = La ecuación de la recta buscada es x - 3y – 11 = 0.

Nota: La ecuación se podrá expresar en sus diferentes formas.

- Planteamiento correcto = 0,5 puntos.
- Cálculo correcto = 0,25 puntos.

Prueba de acceso a ciclos formativos de grado superior
Parte común
Ejercicio de Fundamentos de matemáticas
2020

DATOS DEL PARTICIPANTE	
APELLIDOS:	
NOMBRE:	Nº Documento Identificación:
Instituto de Educación Secundaria:	

La duración del ejercicio es de **90 MINUTOS**.

INSTRUCCIONES GENERALES

- Mantenga su documento de identificación en lugar visible durante la realización del ejercicio (DNI, NIE o pasaporte).
- Lea detenidamente los textos, cuestiones o enunciados antes de responder.
- Realice en primer lugar las cuestiones que le resulten más sencillas.
- Cuide la presentación y escriba la respuesta o el proceso de forma ordenada y con grafía clara.
- Una vez acabado el ejercicio, revíselo meticulosamente antes de entregarlo.
- No está permitida la utilización ni la mera exhibición de diccionario, calculadora programable, teléfono móvil o cualquier otro dispositivo electrónico.
- Se permite calculadora "no programable" para las cuestiones en las que se necesite su uso.
- El examen deberá ser realizado con bolígrafo de color azul o negro. No se recogerán exámenes elaborados con lápiz.

Entregue y firme todas las hojas al finalizar el ejercicio. Cumplimente sus datos en todas ellas (apellidos, nombre y nº documento identificativo).

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- Este ejercicio se califica entre 0 y 10, sin decimales.
- Se valorará la comprensión de las cuestiones planteadas así como la buena presentación.
- Se indica a continuación la puntuación de cada una de las cuestiones que constituyen el **Ejercicio de FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS**

Cuestión 1ª.- **1,5 puntos: a) 0,25 puntos b) 0,5 puntos c) 0,75 puntos**
Cuestión 2ª.- **2,5 – puntos: a) 0,5 puntos b) 0,5 puntos c) 0,5 puntos d) 0,5 puntos e) 0,5 puntos**
Cuestión 3ª.- **2 – puntos**
Cuestión 4ª.- **2 – puntos: a) 0,5 puntos b) 1 punto c) 0,5 puntos**
Cuestión 5ª.- **2 – puntos: a) 0,5 puntos b) 0,75 puntos c) 0,75 puntos**

Calificación NUMÉRICA
Sin decimales

....

Prueba de acceso a ciclos formativos de grado superior
Parte común
Ejercicio de Fundamentos de matemáticas
2020

DATOS DEL PARTICIPANTE	
APELLIDOS:	
NOMBRE:	Nº Documento Identificación:
Instituto de Educación Secundaria:	

Cuestiones

1) Se ha calculado que al variar la altura respecto del nivel del mar, la presión atmosférica viene dada por la función $P(x) = 0{,}9^x$ siendo: x = altura en km; P(x) = presión atmosférica medida en atmósferas
   a) Calcule la presión atmosférica a nivel del mar (x = 0)
   b) Calcule la presión atmosférica a 3500 m de altura sobre el nivel del mar (aproxime el resultado a dos decimales).
   c) Calcule la altitud a la que deberemos ascender para que la presión atmosférica sea de 0,729 atmósferas.
2) En un grupo de 24 alumnos se realiza una encuesta sobre sus gustos deportivos, recogiéndose los siguientes datos: A 8 de los 10 chicos encuestados les gusta el tenis, mientras que a 7 chicas no les gusta este deporte. Se elige un alumno al azar.
   a) Complete la siguiente tabla de contingencia a partir de los datos anteriores

	Chico	Chica	TOTAL
Tenis			
No Tenis			
TOTAL			

   b) Calcule la probabilidad de que le guste el tenis.
   c) Calcule la probabilidad de que sea chico y le guste el tenis.
   d) Calcule la probabilidad de que no le guste el tenis sabiendo que es chica.
   e) Razone si son independientes o no los sucesos ser chico y gustarle el tenis.
3) Un comerciante compra 50 kg de harina y 80 kg de arroz por los que debe abonar 300 €. Si consigue un descuento del 20% en el precio de la harina y un 15 % de descuento en el precio del arroz tan solo tendrá que pagar 250 €. Calcule los precios por kg de cada uno de los productos antes de la rebaja.
4) Dados los polinomios $P(x) = x^3 - x^2 - 2x$ $Q(x) = 2x^3 + 5x^2 + 3x$
   a) Calcule el valor numérico en x = -1 para ambos polinomios.
   b) Calcule las raíces y factorice ambos polinomios
   c) Simplifique la fracción algebraica $\dfrac{x^3-x^2-2x}{2x^3+5x^2+3x}$
5) Dados los puntos A (1,5) y B (-1,3)
   a) Calcule la pendiente de la recta que pasa por A y B.
   b) Halle la ecuación de la recta que pasa por dichos puntos.
   c) Calcule la ecuación de la recta que pasa por C (0,2) y es paralela a la recta 2x + 4y – 1 = 0

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN Y SOLUCIONES

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- Este ejercicio se califica entre 0 y 10, sin decimales.
- Se valorará la comprensión de las cuestiones planteadas así como la buena presentación.
- Se indica a continuación la puntuación de cada una de las cuestiones que constituyen el **Ejercicio de FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA**

Cuestión 1ª.- **1,5 puntos: a) 0,25 puntos b) 0,5 puntos c) 0,75 puntos**
Cuestión 2ª.- **2,5 – puntos: a) 0,5 puntos b) 0,5 puntos c) 0,5 puntos d) 0,5 puntos e) 0,5 puntos**
Cuestión 3ª.- **2 – puntos**
Cuestión 4ª.- **2 – puntos: a) 0,5 puntos b) 1 punto c) 0,5 puntos**
Cuestión 5ª.- **2 – puntos: a) 0,5 puntos b) 0,75 puntos c) 0,75 puntos**

SOLUCIÓN CUESTIÓN 1: 1,5 puntos: a) 0,25 puntos b) 0,5 puntos c) 0,75 puntos

Enunciado:

Se ha calculado que al variar la altura respecto del nivel del mar, la presión atmosférica viene dada por la función $P(x) = 0{,}9^x$ siendo: x = altura en km; P(x) = presión atmosférica medida en atmósferas

a) Calcule la presión atmosférica a nivel del mar (x = 0)
b) Calcule la presión atmosférica a 3500 m de altura sobre el nivel del mar (aproxime el resultado a dos decimales).
c) Calcule la altitud a la que deberemos ascender para que la presión atmosférica sea de 0,729 atmósferas.

Solución:

a) $P(0) = 0{,}9^0$ = 1 atmósfera

Solución: La presión atmosférica a la altura del mar es de 1 atmósfera.

Resolución correcta = 0,25 puntos

b) Como la variable x está expresada en km; x = 3,5 km

Sustituimos en la función $P(3{,}5) = 0{,}9^{3{,}5}$ = 0,69 atmósferas

Solución: La presión atmosférica a 3500 m es de 0,69 atmósferas.

Planteamiento correcto = 0,25 puntos

Resolución correcta = 0,25 puntos

c) Sustituimos en la función: $0{,}729 = 0{,}9^x$ $\Rightarrow$ x = $\log_{0{,}9} 0{,}729 = 3$ km

Solución: La altitud será de 3 km o de 3000 m

Planteamiento correcto =0,25 puntos

Resolución correcta =0,5 puntos

SOLUCIÓN CUESTIÓN 2: 2,5 – puntos: a) 0,5 puntos b) 0,5 puntos c) 0,5 puntos d) 0,5 puntos d) 0,5 puntos

Enunciado:

En un grupo de 24 alumnos se realiza una encuesta sobre sus gustos deportivos, recogiéndose los siguientes datos: A 8 de los 10 chicos encuestados les gusta el tenis, mientras que a 7 chicas no les gusta este deporte. Se elige un alumno al azar.

a) Complete la siguiente tabla de contingencia a partir de los datos anteriores

	Chico	Chica	TOTAL
Tenis			
No Tenis			
TOTAL			

b) Calcule la probabilidad de que le guste el tenis.
c) Calcule la probabilidad de que sea chico y le guste el tenis.
d) Calcule la probabilidad de que no le guste el tenis sabiendo que es chica.
e) Razone si son independientes o no los sucesos ser chico y gustarle el tenis.

Solución:

a) Completamos la tabla de contingencia a partir de los datos anteriores

Solución:

	Chico	Chica	TOTAL
Tenis	8	7	15
No Tenis	2	7	9
TOTAL	10	14	24

Completar correctamente la tabla = 0,5 puntos

b) Consideramos el suceso T = gustar el tenis

$$P(T) = \frac{15}{24} = \frac{5}{8} = 0{,}625$$

Solución: p(T) = 5/8 = 0,625

Cálculo correcto = 0,5 puntos

c) Consideremos los sucesos T = gustar el tenis; O = ser chico. Calculamos la probabilidad de su intersección:

$$P(T \cap O) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

Solución: $\mathbf{P(T \cap O) = 1/3}$

Cálculo correcto = 0,5 puntos

d) Se trata de una probabilidad condicionada. Consideramos los sucesos A = ser chica; $\overline{T}$ = no gustar el tenis. La probabilidad de que no le guste el tenis sabiendo que es chica

$$P(\overline{T}/A) = \frac{7}{14} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Solución: $\mathbf{P(\overline{T}/A) = 1/2 = 0,5}$

Cálculo correcto = 0,5 puntos

e) Consideramos los sucesos T = gustar el tenis; O = ser chico. Si fuesen independientes se debería cumplir que $\mathbf{P(T \cap O) = p(T) \cdot p(O)}$

$$P(T \cap O) = \frac{1}{3} \qquad P(T) \cdot P(O) = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{12}$$

Igualdad que no se verifica por lo que los sucesos son dependientes.

Solución: Los sucesos gustar el tenis y ser chico son dependientes

Planteamiento correcto = 0,25 puntos
Cálculo correcto = 0.25 puntos

SOLUCIÓN CUESTIÓN 3: 2 – puntos

Enunciado:

Un comerciante compra 50 kg de harina y 80 kg de arroz por los que debe abonar 300 €. Si consigue un descuento del 20% en el precio de la harina y un 15 % de descuento en el precio del arroz tan solo tendrá que pagar 250 €. Calcule los precios por kg de cada uno de los productos antes de la rebaja.

Solución:

Llamamos: x = precio de un kg de harina y = precio de un kg de arroz

Planteamos el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

$$\begin{cases} 50x + 80y = 300 \\ 0{,}8 \cdot 50 \cdot x + 0{,}85 \cdot 80 \cdot y = 250 \end{cases}$$

Simplificando:

$$\begin{cases} 5x + 8y = 30 \\ 40x + 68y = 250 \end{cases}$$

Resolvemos aplicamos el método de reducción:

$$\begin{cases} -40x - 64y = -240 \\ 40x + 68y = 250 \end{cases}$$

4y = 10 $\Rightarrow$ y = 2,5 € $\Rightarrow$ 5x + 8 · 2,5 = 30 $\Rightarrow$ 5x = 10 $\Rightarrow$ x = 2 €

Solución: El precio por kg de harina es de 2 € y el precio por kg de arroz es de 2,5 €

Planteamiento correcto = 1 punto
Cálculo correcto = 1 punto

SOLUCIÓN CUESTIÓN 4: 2 – puntos: a) 0,5 puntos b) 1 punto c) 0,5 puntos

Enunciado:

Dados los polinomios $P(x) = x^3 - x^2 - 2x$ $\quad$ $Q(x)= 2x^3 + 5x^2 + 3x$

a) Calcule el valor numérico en x = -1 para ambos polinomios.
b) Factorice ambos polinomios.
c) Simplifique la fracción algebraica $\dfrac{x^3-x^2-2x}{2x^3+5x^2+3x}$

Solución:

a) Para calcular los valores numéricos de los polinomios en x=-1 sustituimos obteniendo: $P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 2(-1) = -1 - 1 + 2 = 0$

$Q(-1) = 2(-1)^3 + 5(-1)^2 + 3(-1) = -2 + 5 - 3 = 0$

Solución: P (-1) = 0 Q (-1) = 0

Cálculo correcto = 0,25 puntos por cada polinomio (0,25 + 0,25 = 0,5 total)

b) Sacamos factor común:

$P(x) = x^3 - x^2 - 2x = x(x^2 - x - 2)$

Resolvemos la ecuación $x^2 - x - 2 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$ $\Rightarrow$ x = 2 ; x = -1 obteniéndose el polinomio factorizado:

$P(x) = x(x - 2)(x + 1)$

Procederemos análogamente con $Q(x)$

$Q(x)= 2x^3 + 5x^2 + 3x = x(2x^2 + 5x + 3) = 2x(x + 1)\left(x + \frac{3}{2}\right) = x(x + 1)(2x + 3)$

Solución: $\mathbf{P(x) = x(x - 2)(x + 1)}$ $\quad$ **Q(x)=**$\mathbf{2x(x + 1)\left(x + \frac{3}{2}\right) = x(x + 1)(2x + 3)}$

Cálculo correcto de las raíces = 0,25 puntos por cada polinomio (0,25 + 0,25 = 0,5 total).

Factorización correcta = 0,25 puntos por cada polinomio (0,25 + 0,25 = 0,5 total).

c) Simplificamos la fracción algebraica $\dfrac{x^3-x^2-2x}{2x^3+5x^2+3x}$ Utilizando la factorización del apartado anterior:

$$\frac{x^3 - x^2 - 2x}{2x^3 + 5x^2 + 3x} = \frac{x(x + 1)(x - 2)}{\mathbf{x(x + 1)(2x + 3)}} = \frac{x - 2}{2x + 3}$$

Solución: $\mathbf{\dfrac{x-2}{2x+3}}$

Planteamiento correcto = 0,25 puntos
Solución correcta = 0,25 puntos

SOLUCIÓN CUESTIÓN 5: 2 – puntos: a) 0,5 puntos b) 0,75 puntos c) 0,75 puntos (15 min)

Dados los puntos A (1,5) y B (-1,3)

a) Calcule la pendiente de la recta que pasa por A y B.
b) Halle la ecuación de la recta que pasa por dichos puntos.
c) Calcule la ecuación de la recta que pasa por C (0,2) y es paralela a la recta 2x + 4y – 1 = 0

Solución:

a) Calculamos la pendiente m de la recta que pasa por A y B m= $\frac{5-3}{1-(1)} = \frac{2}{2}$ = 1

Solución: m = 1

Planteamiento correcto = 0,25 puntos
Resolución correcta = 0,25 puntos

b) Para hallar la ecuación de la recta que pasa por A y B, podemos utilizar el resultado obtenido en el apartado a).
La ecuación expresada en forma punto pendiente será y = 5 + 1 · (x-1) o bien expresada en forma explícita y = x + 4

Otra forma: El alumno puede optar por calcular la ecuación de la recta resolviendo el sistema

$$\begin{cases} 5 = m + n \\ 3 = -m + n \end{cases}$$

Aplicando el método de reducción obtenemos n = 4; m = 1 ⇒ y=4x+1

Solución: La recta que pasa por A y B es y = 4x + 1

Planteamiento correcto = 0,5 puntos
Resolución correcta = 0,25 puntos

c) Para hallar la ecuación de la recta que pasa por C (0,2) y es paralela a la recta 2x + 4y – 1 = 0 calculamos la pendiente de la recta 2x + 4y – 1 = 0 ; m = -1/2 = -0,5
Al ser paralelas, la recta buscada tendrá la misma pendiente. Sabemos que pasa por C (0,2)

Por tanto, la recta pedida será y = 2 - 0,5x = -0,5x + 2

Solución: La recta que pasa por C y es paralela a la recta 2x + 4y – 1 = 0 es y = -0,5x + 2

Planteamiento correcto = 0,5 puntos
Resolución correcta = 0,25 puntos