Límites

La profe de mate MOLA

Si $\lim\limits_{x\to\blacksquare} f(x) = a$ y $\lim\limits_{x\to\blacksquare} g(x) = b$, se cumple:

1) $\lim\limits_{x\to\blacksquare}[f(x)+g(x)] = \lim\limits_{x\to\blacksquare} f(x) + \lim\limits_{x\to\blacksquare} g(x) = a+b$
2) $\lim\limits_{x\to\blacksquare}[f(x)-g(x)] = \lim\limits_{x\to\blacksquare} f(x) - \lim\limits_{x\to\blacksquare} g(x) = a-b$
3) $\lim\limits_{x\to\blacksquare}[f(x)\cdot g(x)] = \lim\limits_{x\to\blacksquare} f(x) \cdot \lim\limits_{x\to\blacksquare} g(x) = a\cdot b$
4) Si $b\neq 0$, $\lim\limits_{x\to\blacksquare}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim\limits_{x\to\blacksquare} f(x)}{\lim\limits_{x\to\blacksquare} g(x)} = \frac{a}{b}$
5) Si $f(x)>0$, $\lim\limits_{x\to\blacksquare}\left[f(x)^{g(x)}\right] = \left[\lim\limits_{x\to\blacksquare} f(x)\right]^{\lim\limits_{x\to\blacksquare} g(x)} = a^b$

SUMAS/RESTAS:

$$(+\infty)+(l)=(+\infty)$$
$$(+\infty)+(+\infty)=(+\infty)$$
$$(-\infty)+(l)=(-\infty)$$
$$(-\infty)+(-\infty)=(-\infty)$$
$$-(-\infty)=(+\infty)$$

PRODUCTOS:

$$(+\infty)\cdot(+\infty)=(+\infty)$$
$$(+\infty)\cdot(-\infty)=(-\infty)$$
$$\text{Si } l>0 \to \begin{cases}(+\infty)\cdot(l)=(+\infty)\\(-\infty)\cdot(l)=(-\infty)\end{cases}$$
$$\text{Si } l<0 \to \begin{cases}(+\infty)\cdot(l)=(-\infty)\\(-\infty)\cdot(l)=(+\infty)\end{cases}$$

COCIENTES:

$$\frac{(l)}{(\pm\infty)}=(0)$$
$$\frac{l}{0}=(\pm\infty),\quad \text{si } l\neq 0$$
$$\frac{(\pm\infty)}{(0)}=(\pm\infty)$$
$$\frac{0}{(\pm\infty)}=(0)$$

POTENCIAS:

$$(+\infty)^{(+\infty)}=(+\infty)$$
$$(+\infty)^{(-\infty)}=(0)$$
$$\text{Si } l>0 \to (+\infty)^{(l)}=(+\infty)$$
$$\text{Si } l<0 \to (+\infty)^{(l)}=(0)$$
$$\text{Si } l>1 \to \begin{cases}(l)^{(+\infty)}=(+\infty)\\(l)^{(-\infty)}=(0)\end{cases}$$
$$\text{Si } 0<l<1 \to \begin{cases}(l)^{(+\infty)}=(0)\\(l)^{(-\infty)}=(+\infty)\end{cases}$$

Límites en el infinito

Exponenciales > Polinómicas > Logarítmica > Constantes

Indeterminaciones

INDETERMINACIÓN DEL TIPO $\frac{\infty}{\infty}$: Analizaremos los términos dominantes tanto del numerador como del denominador.

INDETERMINACIÓN DEL TIPO $\infty-\infty$: Aparecen al calcular límites con diferencia de cociente de polinomios o radicales. Pueden resolverse desarrollando la resta convenientemente o multiplicando numerador y denominador por la expresión conjugada, respectivamente.

INDETERMINACIÓN DEL TIPO $\frac{0}{0}$: Aparecen al calcular límites con funciones polinómicas o funciones irracionales. En ambos casos intentaremos simplificar la fracción, normalmente factorizando el numerador y el denominador mediante la Regla de Ruffini o usando igualdades notables.

INDETERMINACIÓN DEL TIPO $0\cdot\infty$: Se resuelven transformándolas en las del tipo $\frac{\infty}{\infty}$ o en las del tipo $\frac{0}{0}$.

INDETERMINACIÓN DEL TIPO 1^∞: Aparecen si la función es de la forma:

$$y=[f(x)]^{g(x)}$$

donde $\lim\limits_{x\to a} f(x)=1$ y $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\infty$. Se resuelven resolviendo el siguiente límite:

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\cdot[f(x)-1]}$$

Asíntotas

<u>LÍMITES INFINITOS EN UN PUNTO</u>: Diremos que la recta $x=a$ (donde a es un número) es una **ASÍNTOTA VERTICAL** si existen alguno de estos dos límites:

$$\lim_{x\to a^-} f(x)=\pm\infty \qquad \lim_{x\to a^+} f(x)=\pm\infty$$

<u>LÍMITES FINITOS EN EL INFINITO</u>: Diremos que la recta $y=a$ (donde a es un número) es una **ASÍNTOTA HORIZONTAL** si existe el límite:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=a$$

<u>LÍMITES FINITOS EN EL INFINTO</u>: Diremos que la recta $y=mx+b$ (donde a, b son dos números cualquiera) es una **ASÍNTOTA OBLICUA** si existen y son finitos los límites:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=m$$
$$\lim_{x\to\infty}(f(x)-mx)=b$$

Continuidad

<u>FUNCIÓN CONTINUA EN UN PUNTO</u>: Una función $y=f(x)$ es CONTINUA EN UN PUNTO $x=c$ si:

$$\lim_{x\to c} f(x)=f(c)$$

<u>FUNCIÓN CONTINUA EN UN INTERVALO</u>: Una función $y=f(x)$ se dice que es CONTINUA EN UN INTERVALO DE $\mathbb{R}$ si es continua en cada punto del intervalo.

<u>CONTINUIDAD LATERAL</u>:

Una función $y=f(x)$ es CONTINUA POR LA IZQUIERDA EN EL PUNTO $x=c$ si existe el límite por la izquierda en ese punto y coincide con el valor de la función en c.

$$\lim_{x\to c^-} f(x)=f(c)$$

Una función $y=f(x)$ es CONTINUA POR LA DERECHA EN EL PUNTO $x=c$ si existe el límite por la derecha en ese punto y coincide con el valor de la función en c.

$$\lim_{x\to c^+} f(x)=f(c)$$

CONTINUIDAD DE FUNCIONES ELEMENTALES

- Las FUNCIONES POLINÓMICAS son continuas en todo $\mathbb{R}$.
- Las FUNCIONES RACIONALES no son continuas en los puntos en los que se anula el denominador.
- Las FUNCIONES RADICALES con índice para no existen en los valores que hacen el radicando negativo. Si el índice es impar, son continuas en todo $\mathbb{R}$.
- Las FUNCIONES EXPONENCIALES son continuas en todo $\mathbb{R}$.
- Las FUNCIONES LOGARÍTMICAS no son continuas en los puntos en los que la expresión de la que queremos hallar el logaritmo se convierte en cero o en un número negativo.

TIPOS DE DISCONTINUIDAD

Una función que no es continua en un punto $x=c$, decimos que es DISCONTINUA en ese punto.

DISCONTINUIDAD EVITABLE: El límite de la función en c existe y es finito pero no coincide con el valor de la función en c. La función no está definida en c.

DISCONTINUIDAD NO EVITABLE:

<u>DISCONTINUIDAD DE PRIMERA ESPECIE</u>: cuando existen los límites laterales pero son distintos, por lo que no existe el límite de la función.

Ambos son finitos → SALTO FINITO.

Uno de los límites laterales es infinito → SALTO INFINITO

<u>DISCONTINUIDAD DE SEGUNDA ESPECIE</u>: uno o los dos límites laterales no existen.

@ La profe de mate mola