

# Distancias

Distancia entre dos puntos P y Q

$$\text{dist}(P, Q) = |\overline{PQ}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Distancia de un punto P y una recta r

1. Plano  $\pi$  perpendicular a r que pasa por P y calculando la distancia entre  $\pi$  y r.
2. Punto genérico de r haciendo que  $\overline{QP}$  sea perpendicular al vector director de r y calculando  $|\overline{QP}|$
3. Producto vectorial  

$$\text{dist}(P, r) = \frac{|\overline{QP} \times \vec{d}_r|}{|\vec{d}_r|}$$
 (Q punto cualquiera de r)

Distancia de un punto P a un plano  $\pi$

$$\text{dist}(P, \pi) = \frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c \cdot z_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Distancia entre dos rectas r y s

o Paralelas  $\text{dist}(r, s) = \text{dist}(P, s)$ .

o Se cruzan  $\text{dist}(r, s) = \frac{\left| \left[ \vec{d}_r, \vec{d}_s, \vec{PQ}_s \right] \right|}{|\vec{d}_r \times \vec{d}_s|}$

Distancia de una recta r a un plano  $\pi$  Paralelos:

$$\text{dist}(r, \pi) = \text{dist}(P_r, \pi)$$

Distancia entre dos planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$

$$\text{dist}(\pi_1, \pi_2) = \text{dist}(P_{\pi_1}, \pi_2) = \text{dist}(P_{\pi_2}, \pi_1)$$

La profe de



@ La profe de mate mola

# Ángulos

Ángulo entre dos rectas  $\alpha = \arccos \left( \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \right)$

Ángulo entre dos planos  $\alpha = \arccos \left( \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \right)$

Ángulo entre una recta y un plano  $\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{|\vec{d}_r \cdot \vec{n}_\pi|}{|\vec{d}_r| \cdot |\vec{n}_\pi|}$

$$\alpha = \arcsen \left( \frac{|\vec{d}_r \cdot \vec{n}_\pi|}{|\vec{d}_r| \cdot |\vec{n}_\pi|} \right)$$

# Áreas y volúmenes

ÁREA DEL PARALELOGRAMO =  $|\vec{AB} \times \vec{AC}|$     ÁREA DEL TRIÁNGULO =  $\frac{1}{2} \cdot |\vec{AB} \times \vec{AC}|$

VOLUMEN DEL PARALELEPÍPEDO =  $\left| \left[ \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD} \right] \right|$

VOLUMEN DEL TETRAEDRO =  $\frac{1}{6} \cdot \left| \left[ \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD} \right] \right|$

VOLUMEN DEL TETRAEDRO =  $\frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}$

# Lugares geométricos

Plano mediador  $\text{dist}(X, A) = \text{dist}(X, B)$     Planos bisectores  $\text{dist}(X, \pi_1) = \text{dist}(X, \pi_2)$

La esfera  $\text{dist}(X, C) = \text{dist}(C, X) = |\vec{CX}| = r$

$$\begin{cases} e \equiv (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2 \\ e \equiv x^2 + y^2 + z^2 + Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$$

$$\text{Centro} \left( -\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}, -\frac{C}{2} \right) \quad r = \sqrt{\left( \frac{A}{2} \right)^2 + \left( \frac{B}{2} \right)^2 + \left( \frac{C}{2} \right)^2 - D}$$