Técnicas básicas

Principio de adición: Si dos tareas distintas T1 y T2 pueden realizarse de n y m formas distintas respectivamente, y es imposible realizar ambas tareas simultáneamente, entonces el número de formas de distintas de realizar T1 o T2 es m + n .

Principio de multiplicación: Si una tarea T puede descomponerse en dos etapas y la primera y segunda etapa pueden realizarse de n y m formas distintas respectivamente, entonces el número de formas distintas de realizar T es mn.

Principio de distribución o del palomar: Sean $r,n,m \in N$. Si queremos repartir n objetos en m cajas, verificándose que rm<n, entonces al menos una caja ha de recibir más de r objetos.

Variaciones, permutaciones y combinaciones

Permutación	***Variación***	***Combinación***
Se agrupan de <u>todas las formas</u> posibles <u>todos los elementos</u>, **importando el orden** de colocación.	Se agrupan de <u>todas las formas</u> posibles <u>parte de los elementos</u>, **importando el orden** de colocación.	Se agrupan de <u>todas las formas</u> posibles <u>parte de los elementos</u>, **sin importar el orden** de colocación.
$P_m = m!$	$V_{m,n} = \dfrac{m!}{(m-n)!}$	$C_{m,n} = \dfrac{m!}{n!(m-n)!} = \dbinom{m}{n}$
$PR_{m^{\alpha,\beta,\ \gamma}} = \dfrac{m!}{\alpha!\beta!\gamma!}$	$VR_{m,n} = m^n$	$CR_{m,n} = \dfrac{(m-1+n)!}{(m-1)!n)} = \dbinom{m-1+n}{n}$

Propiedades de los números combinatorios

$\dbinom{m}{0}=1$	$\dbinom{m}{m}=1$	$\dbinom{m}{1}=m$	$\dbinom{m}{m-1}=m$	$\dbinom{m}{n}=\dbinom{m}{m-n}$

$\dbinom{m}{n-1}+\dbinom{m}{n}=\dbinom{m+1}{n} \Leftrightarrow \dbinom{m}{n}+\dbinom{m}{n+1}=\dbinom{m+1}{n+1}$	$\dbinom{n}{n}+\dbinom{n+1}{n}+\dbinom{n+2}{n}+\quad+\dbinom{m}{n}=\dbinom{m+1}{n+1}$
$\sum_{k=0}^{m}\binom{m}{k}=\binom{m}{0}+\binom{m}{1}+\cdots+\binom{m}{m}=2^m$	$\dbinom{m}{0}-\dbinom{m}{1}+\dbinom{m}{2}-\dbinom{m}{3}+\quad+(-1)^m\dbinom{m}{m}=0$
$\dbinom{m}{0}^2+\dbinom{m}{1}^2+\dbinom{m}{2}^2+\dbinom{m}{3}^2+\quad+\dbinom{m}{m}^2=\dbinom{2m}{m}$	

Principio de Inclusión-Exclusión

1. Nombramos N al número de soluciones posibles sin tener en cuenta restricciones (CR).
2. Llamamos P_i a las soluciones que no cumplen la restricción.
3. Definimos como:
   a. $N(P_i)$ al número de soluciones que cumplen P_i.
   b. $N(P_i,P_j)$ al número de soluciones que cumplen P_i y P_j.
   c. Y así sucesivamente.
4. Llamamos $N(\overline{P}_i,\overline{P}_j,\quad)$ al número de soluciones que **<u>no</u>** cumplen P_i.

$$\boxed{N(\overline{P}_i,\overline{P}_j,\ldots,\overline{P}_n) = N - \sum_{i=1}^{n} N(P_i) + \sum_{1\le i<j\le n} N(P_i,P_j) - \sum_{1\le i<j<k\le n} N(P_i,P_j,P_k) - \ldots + (-1)^n N(P_i,P_j,\ldots,P_n)}$$

La ley de multiplicación

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_2|A_1)P(A_1) \xrightarrow{en\ sucesos\ independientes} P(A_1 \cap A_2) = P(A_2)P(A_1)$$

$$P(A_2|A_1) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_1)} \xrightarrow{en\ sucesos\ independientes} P(A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_1)}$$

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{k} A_i\right) = P(A_k|A_1,\dots,A_{k-1}) \cdot P(A_{k-1}|A_1,\dots,A_{k-2}) \cdot \dots \cdot P(A_2|A_1)P(A_1)$$

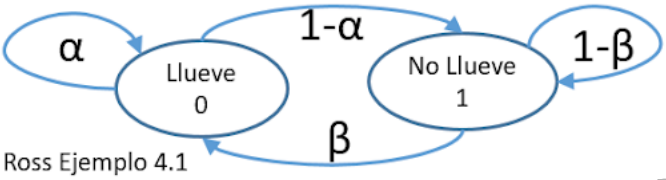
Teorema de la probabilidad total

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)$$

Teorema de Bayes

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{P(A)} = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)}$$

Cadena de Markov



Ross Ejemplo 4.1

TRUCOS

- Siempre que el problema nos lo permita, intentaremos pensar en casillas que van siendo ocupadas por los elementos del conjunto.
- Recordar que las permutaciones son para distribuir m elementos en m casillas y las permutaciones con repetición el número de elementos de cada subconjunto suma el número total de casillas.
- Realizar cambios de variable para facilitar la aplicación de teoremas como el Principio Inclusión-Exclusión.
- Si resulta más sencillo, trabajar con los sucesos complementarios.
- Realizar siempre diagramas o tablas con los datos de los casos favorables y totales.
- Podemos intentar buscar recurrencias, poner una probabilidad en función de probabilidades que podamos calcular.

$\boxed{\sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = e^x \text{ y otra versión sería: } \sum_{k=0}^{n} \frac{1^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} = e}$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \; si \; |x| < 1 \qquad \sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2} \qquad \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)x^{n-2} = \frac{2}{(1-x)^3}$$