Producto escalar

$\vec{u}\cdot\vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|cos(\vec{u},\vec{v})$ $\quad \vec{u}\cdot\vec{v} = u_1v_1 + u_2v_2$ $\quad Si\ \vec{u}\cdot\vec{v}=0, entonces\ \vec{u}\perp\vec{v}$ $\quad |\vec{u}| = \sqrt{u_1^2+u_2^2}$

Producto vectorial

$$\vec{u}\times\vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} \qquad |\vec{u}\times\vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}|sen(\vec{u},\vec{v})$$

Como $(\vec{u}\times\vec{v})\perp\vec{u}$, entonces $\vec{u}\cdot(\vec{u}\times\vec{v})=0$ y los tres vectores son coplanares.

Producto mixto

$$\vec{u}\cdot(\vec{v}\times\vec{w}) = (\vec{u}\times\vec{v})\cdot\vec{w} = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$$

Áreas aplicando el producto vectorial

Paralelogramo	$S = \left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}\right|$	**Triángulo**	$S = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}\right|$

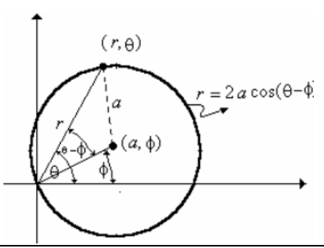
Volúmenes aplicando producto mixto

Paralelepípedo	V=$\left|\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})\right|$	**Tetraedro**	V=$\frac{1}{6}\left|\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})\right|$

Ecuaciones de la recta

Vectorial $(x,y) = (x_1,y_1) + k(v_1,v_2)$	***Paramétricas*** $\begin{cases} x = x_1 + kv_1 \\ y = y + kv_2 \end{cases}$	***Continua*** $\frac{x-x_1}{v_1} = \frac{y-y_1}{v_2}$
Pendiente $m = tan\alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$	***General*** $ax+by+c=0$	***Explícita*** $y = mx+b$
Ecuación de la recta por dos puntos $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$	***Canónica*** $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$	

Ecuaciones de la circunferencia y la esfera

Cartesianas $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$	***General*** $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0 \rightarrow \begin{cases} a = -\frac{D}{2} \\ b = -\frac{E}{2} \\ r = \sqrt{a^2+b^2-F} \end{cases}$ Esfera: $x^2+y^2+z^2+Ax+By+Cz+D=0$
Vectoral $r(\theta) = (Rcos\theta, Rsen\theta)$ ***Paramétrica*** $\begin{cases} x = a + rcost \\ y = b + rsent \end{cases}$	***Polares con centro en (a,ϕ) y radio c***  $r = 2a\cos(\theta-\phi)$

Ecuación de una envolvente

La ecuación de la envolvente se obtiene eliminando el parámetro λ de las relaciones: $\begin{cases} f(x,y,\lambda)=0 \\ f'(x,y,\lambda)=0 \end{cases}$

En este tipo de aplicaciones es posible que tengamos dos parámetros y una relación entre ellos, entonces tenemos que realizarlo de la siguiente manera:

$$\begin{cases} F(x,y,a)=0 \\ F'(x,y,a)=0 \\ Ecuación\ relación \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x,y,a,b)=0 \\ f'(x,y,a,b)=0 \\ Ecuación\ relación \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x,y,a,b)=0 \\ \frac{df}{da}(x,y,a,b)+\frac{df}{da}(x,y,a,b)\frac{df}{db}=0 \to * \\ Ecuación\ relación \end{cases}$$

* $\frac{df}{da}(x,y,a,b)\frac{df}{db} \to$ derivamos respecto de b y multiplicamos por la derivada respecto de a de b(a) [b=algo en función de a].

Con esto ya podemos resolver el sistema y nos da la envolvente buscada.

Curvas especiales

Astroide:	$x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ $\begin{cases} x=acos^3\theta \\ y=asen^3\theta \end{cases}$ $\rho=\frac{a}{\left(cos^{\frac{2}{3}}\theta+sen^{\frac{2}{3}}\theta\right)^{\frac{3}{2}}}$	**Cardiode:**	$\rho=2r(1\pm cos\theta)$ $\begin{cases} x=2rcos\theta-rcos2\theta \\ y=2rsen\theta-rsen2\theta \end{cases}$	**Folium:**	$x^3+y^3-3axy=0$ Paramétricas: hacemos cambio y^tx. Polares: $\begin{matrix} x=\rho cos\theta \\ y=\rho sen\theta \end{matrix}$
Cicloide:	$x(t)=r(t-sent)$ $y(t)=r(1-cost)$	**Lemniscata:**	$(x^2+y^2)^2=2a^2(x^2-y^2)$ $\rho^2=2a^2cos2\theta$: $C_1:\rho_1=a\sqrt{2cos2\theta}$ $C_2:\rho_2=-a\sqrt{2cos2\theta}$	**Rosa polar:**	$(x^2+y^2)^3-(x^2-y^2)^2=0$ $\rho=\text{acos}\,(k\theta+\emptyset)$

Curvatura

La curvatura depende de la parametrización que utilicemos. $\alpha: I\to\mathbb{R}^2 \Rightarrow K_\alpha(t)=\frac{det|\alpha',\alpha''|}{\|\alpha'\|^3}=\frac{\begin{vmatrix}1 & \alpha' \\ 0 & \alpha''\end{vmatrix}}{\|\alpha'\|^3}$

Plano tangente a una superficie S paralelo a eje OZ

<u>Ecuaciones de una superficie S</u>: $\varphi(t,z)$.	φ

Teorema de Green

Sea C una curva cerrada simple regular a trozos, y sea D la región interior a C. Entonces su área es:

$$a(D)=\frac{1}{2}\int_C xdy-ydx=-\int_C ydx=\int_C xdy$$

TRUCOS

- Un cambio en las integrales de este tipo de problemas que suele favorecer la resolución es el que nos lleva a una beta: $\int_0^{\pi/2}(sent)^{2p-1}cost^{2q-1}dt=\frac{1}{2}\beta(p,q)$.
- Vectores perpendiculares a (a,b) es (-b,a).