Clasificación de los movimientos rígidos en $\mathbb{R}^2$

Llamaremos movimientos o movimientos rígidos a las aplicaciones afines que conservan la distancia entre los puntos, esto es, una aplicación afín es un movimiento rígido si su aplicación lineal asociada es una isometría. Denotaremos por A la matriz del movimiento respecto de un sistema de referencia rectangular del espacio afín euclídeo.

$rg(A-I)$	Puntos fijos	Descripción del movimiento
2	Un punto fijo	Rotación de centro el punto fijo
1	Ningún punto fijo	Simetría deslizante
1	Una recta de puntos fijos	Simetría respecto de la recta de puntos fijos
0	Ningún punto fijo	Traslación
0	Todos los puntos son fijos	Identidad

Una **simetría deslizante** consiste en una simetría compuesta con una traslación en al que el vector de la traslación es paralelo al eje de simetría. El eje de simetría es una recta invariante para la simetría deslizante a pesar de no tener puntos fijos.

Clasificación de los movimientos rígidos en $\mathbb{R}^3$

$rg(A-I)$	Puntos fijos	Descripción del movimiento
3	Un punto fijo	Composición de un giro y una simetría; el eje de giro y el plano de simetría son perpendiculares y se cortan en el punto fijo.
2	Ningún punto fijo	Movimiento helicoidal
2	Una recta de puntos fijos	Rotación de eje la recta de puntos fijos
1	Ningún punto fijo	Simetría deslizante
1	Un plano de puntos fijos	Simetría respecto del plano de puntos fijos
0	Ningún punto fijo	Traslación
0	Todos los puntos son fijos	Identidad

Una **simetría deslizante** consiste en una simetría respecto de un plano seguido de una traslación de vector paralelo al plano de simetría. Dicho plano de simetría es la variedad invariante por el movimiento.

Un **movimiento helicoidal** consiste en una rotación respecto de una recta seguido de una traslación de vector paralelo al eje de giro. Este eje de giro es la variedad invariante por el movimiento.

Matrices de movimientos en $\mathbb{R}^2$

Movimiento directo	***Movimiento inverso***
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ p & a & -b \\ q & b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ x' \\ y' \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ p & a & b \\ q & b & -a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ x' \\ y' \end{pmatrix}$

Giro sentido antihorario	***Giro sentido horario***	***Homotecia***
$\begin{pmatrix} cos\alpha & -sen\alpha \\ sen\alpha & cos\alpha \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} cos\alpha & sen\alpha \\ -sen\alpha & cos\alpha \end{pmatrix}$	$\begin{cases} x' = x_0 + r(x - x_0) \\ y' = y_0 + r(y - y_0) \end{cases}$

Matrices de movimiento en $\mathbb{R}^3$

Giro eje x	***Giro eje y***	***Giro eje z***
$R_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\alpha & -sen\alpha \\ 0 & sen\alpha & cos\alpha \end{pmatrix}$	$R_y(\alpha) = \begin{pmatrix} cos\alpha & 0 & -sen\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ sen\alpha & 0 & cos\alpha \end{pmatrix}$	$R_z(\alpha) = \begin{pmatrix} cos\alpha & -sen\alpha & 0 \\ sen\alpha & cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

TRUCOS

- Si nos preguntan sobre vectores o subespacios invariantes, acudimos a los autovalores y autovectores a través del polinomio característico.
- Siempre que sea posible, realizaremos transformación que simplifiquen el problema: por ejemplo, transformaremos una parábola no ordinaria en una ordinaria.