

Extremos absolutos de una función real de variable**Máximo y mínimo de una función real de variable real**

$$\max f = \max f(A) = \max \{f(x) : x \in A\}$$

$$\min f = \min f(A) = \min \{f(x) : x \in A\}$$

$$M = \max f \Leftrightarrow \exists x_0 \in A \text{ tal que } f(x) \leq f(x_0) = M \forall x \in A \quad M = \min f \Leftrightarrow \exists x_0 \in A \text{ tal que } f(x) \geq f(x_0) = M \forall x \in A$$

Máximo y mínimo de una función continua sobre un intervalo compacto

Cuando la función f es continua e el intervalo compacto I , $I = [a, b]$ con $a, b \in \mathbb{R}$ y $a < b$, el Teorema de Weierstrass garantiza la existencia de un máximo y mínimo absoluto para f en el intervalo I .

1. Calculamos la derivada.
2. Observamos si es derivable en todo el intervalo (descartando aquellos valores para los que no es derivable).
3. Estudiamos cuándo se anula la derivada y establecemos los intervalos de crecimiento.
4. Corroboramos la existencia de los máximos y mínimos.

Problemas de optimización

La magnitud que debe ser optimizada es una función objetivo de una o varias variables sujetas a determinadas condiciones o restricciones sobre ellas.

Si $f''(x) < 0$, f tiene un máximo relativo en $(x, f(x))$.

Si $f''(x) > 0$, f tiene un mínimo relativo en $(x, f(x))$.

Si $f''(x) = 0$, el criterio falla.

Producto máximo de factores positivos de suma constante

Un producto de factores positivos de suma constante es el máximo posible cuando (y sólo cuando) todos los factores son iguales.

Suma mínima de números positivos de producto constante

Una suma de números reales positivos cuyo producto es constante es la mínima posible cuando (y sólo cuando) todos los números son iguales.

TRUCOS

- Buscar la función más fácil de optimizar, que puede ser la contraria a la que nos pidan. Minimizar una función es lo mismo que maximizar su contraria.
- Simplificamos lo máximo las expresiones antes de enfrentarnos a las integrales.
- Elegir siempre un buen sistema de coordenadas.
- La media geométrica de varios números positivos es menor o igual que la media aritmética, dándole la igualdad cuando los números son iguales.