Método de Gauss

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

1. Suponiendo $a_{11} \neq 0$:

a. $F_1 / a_{11} \to x_1 + \dfrac{a_{12}}{a_{11}} x_2 + \dfrac{a_{13}}{a_{11}} x_3 = \dfrac{b_1}{a_{11}} \to F_1'$

b. $F_2 - F_1' a_{21} \to 0 + (a_{22} - a_{12}a_{21} / a_{11})x_2 + (a_{23} - a_{13}a_{21} / a_{11})x_3 = b_2 - a_{21}b_1 / a_{11} \to F_2'$

c. $F_3 - F_1' a_{31} \to 0 + (a_{32} - a_{12}a_{31} / a_{11})x_2 + (a_{33} - a_{13}a_{31} / a_{11})x_3 = b_3 - a_{31}b_3 / a_{11} \to F_3'$

2. Suponiendo $b_{22} \neq 0$, (denotando los nuevos coeficientes como b_{ij}) resulta: $\begin{cases} x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 = b_{14} \\ \quad b_{22}x_2 + b_{23}x_3 = b_{24} \\ \quad b_{32}x_2 + b_{33}x_3 = b_{34} \end{cases}$

a. $F_2'/b_{22} \to x_2 + \dfrac{b_{23}}{b_{22}} x_3 = b_{24} / b_{22} \to F_2''$

b. $F_3' - F_2'' b_{32} \to (b_{33} - b_{32}b_{23} / b_{22})x_3 = b_{34} - b_{32}b_{24} / b_{22} \to F_3''$

3. Obteniendo el siguiente sistema escalonado: $\begin{cases} x_1 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 = c_{14} \\ \quad x_2 + c_{23}x_3 = c_{24} \\ \quad c_{33}x_3 = c_{34} \end{cases}$, que se resuelve fácilmente despejando en la tercera ecuación: $x_3 = \dfrac{c_{34}}{c_{33}}$, y sucesivamente: $x_1 = c_{14} - \dfrac{c_{13}c_{34}}{c_{33}} - c_{12}(c_{24} - \dfrac{c_{23}c_{34}}{c_{33}})$

Método de Gauss-Jordan

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

1. Suponiendo $a_{11} \neq 0$:

a. $F_1 / a_{11} \to x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 = b_{14} \to F_1'$

b. $F_2 - F_1' a_{21} \to b_{22}x_2 + b_{23}x_3 = b_{24} \to F_2'$

c. $F_3 - F_1' a_{31} \to b_{32}x_2 + b_{33}x_3 = b_{34} \to F_3'$

2. Suponiendo $b_{22} \neq 0$, resulta:

a. $F_2'/b_{22} \to x_2 + c_{23}x_3 = c_{24} \to F_2''$

b. $F_3' - F_2'' b_{32} \to c_{33}x_3 = c_{34} \to F_3''$

c. $F_1' - F_2'' b_{12} \to x_1 + c_{13}x_3 = c_{14} \to F_1''$

3. Y, por último:

a. $F_3''/c_{33} \to x_3 = d_{34} \to F_3'''$

b. $F_2'' - c_{23}F_3''' \to x_2 = d_{24}$

c. $F_1'' - c_{13}F_3''' \to x_1 = d_{14}$

Regla de Cramer

Se dice que un sistema de ecuaciones lineales AX=B es un **sistema de Cramer** si el número de ecuaciones es igual al número de incógnitas y el determinante Δ de la matriz de coeficientes es distinto de cero, por lo tanto, es cuadrada.

Regla de Cramer: Todo sistema de Cramer AX=B tiene solución única: $x_1 = \dfrac{\Delta_1}{\Delta}, x_2 = \dfrac{\Delta_2}{\Delta}, \quad , x_n = \dfrac{\Delta_n}{\Delta}$.

Teorema de Rouché-Fröbenius

- AX=B es compatible si, y sólo si, rang(A|B)=rangA.
- AX=B tiene solución única si, y sólo si, rang(A|B)=rangA=n.
- AX=B, tiene más de una solución (y, por tanto, infinitas) si, y sólo si, rang(A|B)=rangA<n.

TRUCOS

- En sistemas de ecuaciones no lineales, podemos incorporar nuevos parámetros empleando Cardano-Vieta, para conseguir relacionar las ecuaciones del sistema.
- Si tenemos simetría respecto de las incógnitas, o tiene dos componentes iguales o tiene dos componentes inversas la una de la otra y debemos distinguir entre los dos casos.