Determinante de una matriz cuadrada

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nn} \end{pmatrix} \Rightarrow |A| = \sum_{\sigma\in S_n} S(\sigma)\cdot a_{1\sigma(1)}\cdots a_{n\sigma(n)} = \sum (-1)^{\sigma(1,\ldots,n)}\cdot a_{1\sigma(1)}\cdots a_{n\sigma(n)}$$

Propiedades de los determinantes

1. det(A) = det(A^t).
2. Al permutar dos filas o dos columnas en una matriz cuadrada, su determinante cambia sólo de signo.
3. Si una matriz cuadrada tiene dos filas o dos columnas idénticas, su determinante vale cero.
4. Si todos los elementos de una fila o columna de una matriz cuadrada son iguales a cero, entonces det=0.
5. Si todos los elementos de una fila o columna de un determinante contienen un factor común, este factor común puede sacarse fuera del signo determinante. Por lo que si todos los elementos (de todas las filas y columnas) de un determinante tienen un factor común, sucede:
$$\det(\mathrm{rA}) = r^n detA$$
6. Una matriz cuadrada con dos filas o dos columnas proporcionales tiene determinante nulo.
7. Si los elementos de cualquier fila o columna de una matriz cuadrada son sumas de igual número de términos, entonces su determinante asociado es igual a la suma de tantos determinantes como sumandos figuren en la fila o columna.
8. Si una fila (o columna) de A es combinación lineal de otras filas (o columnas) entonces det=0.
9. Si a los elementos de una fila (o columna) de una matriz se le suma una combinación lineal de algunas otras filas (o columnas), el valor del determinante no varía.

TRUCOS

- Para conseguir ceros en un determinante, operaremos con las filas anteriores y siguientes, no siempre con la misma, siempre que así consigamos el objetivo.
- Siempre vamos a intentar operar con números combinatorios si el determinante lo permite.
- Debemos recalcular la posición (i,j) de los elementos cuando vayamos reduciendo el determinante a determinantes de menor orden.