

Matrices

Operaciones con matrices

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m & n \\ o & p \\ q & r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} am+bo+cq & an+bp+cr \\ dm+eo+fq & dn+ep+fr \end{pmatrix}$$

2×3 3×2
 2×2

Propiedades

$$AB \neq BA$$

$$(A^T)^T = A$$

$$AI = IA = A$$

$$(A+B)^T = A^T + B^T$$

$$A^{-1}A = AA^{-1} = I$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

Ecuaciones y sistemas matriciales

Despejamos utilizando las propiedades y resolvemos

Matriz inversa

$$|A| \neq 0$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} a & b & c & 1 & 0 & 0 \\ d & e & f & 0 & 1 & 0 \\ g & h & i & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{operamos}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & m & n & o \\ 0 & 1 & 0 & p & q & r \\ 0 & 0 & 1 & s & t & u \end{array} \right)$$

A I I A^{-1}

Rango de una matriz

Número de filas linealmente independientes

$$\left(\begin{array}{ccc} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{array} \right) \xrightarrow[\text{buscando ceros bajo la diagonal}]{\text{operamos}} \left(\begin{array}{ccc} m & n & o \\ 0 & p & q \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \text{ Rango 2}$$

@ La profe de mate mola

Determinantes

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = [aei + bfg + cdh] - [ceg + afh + bdi]$$

Propiedades

$$|A| = |A^T|$$

$$|AB| = |A||B|$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c+ka \\ d & e & f+kd \\ g & h & i+kg \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & b & ck \\ d & e & f \cdot k \\ g & h & i \cdot k \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c+x \\ d & e & f+y \\ g & h & i+z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & x \\ d & e & y \\ g & h & z \end{vmatrix}$$

Para simplificar el cálculo de determinantes de órdenes superiores utilizaremos las propiedades prestando atención a los cambios que provocamos con ellos y ajustando para equilibrar esos cambios.

Matriz inversa

Si $|A| \neq 0$:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot (\text{adj} A)^T$$

Rango

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} \neq 0 \text{ Rg } 3 \\ \rightarrow 0 \end{matrix} \rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \begin{matrix} \neq 0 \text{ Rg } 2 \\ \rightarrow 0 \end{matrix} \rightarrow \begin{vmatrix} a \\ c \end{vmatrix} \begin{matrix} \neq 0 \text{ Rg } 1 \\ \rightarrow 0 \end{matrix}$$

Máximo orden de sus menores no nulos.

Determinante por adjuntos

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot a \cdot \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot b \cdot \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \cdot c \cdot \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

Sistemas

- S. Compatible Determinado $\rightarrow 1$ sol.
- S. Compatible Indeterminado $\rightarrow \infty$ sol.
- S. Incompatible $\rightarrow$ sin sol.

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ ex + fy + gz = h \\ ix + jy + kz = l \end{cases}$$

Método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \end{array} \right) \xrightarrow{\text{operamos}} \left(\begin{array}{ccc|c} ? & ? & ? & ? \\ 0 & ? & ? & ? \\ 0 & 0 & ? & ? \end{array} \right)$$

$$\underbrace{\begin{vmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{vmatrix}}_{A} \quad \underbrace{\begin{vmatrix} d \\ h \\ l \end{vmatrix}}_{A'}$$

$$\begin{matrix} n!m & \text{SCD} \\ 0!0 & \text{SCI} \\ 0!n & \text{SI} \end{matrix}$$

Método de Cramer

$$x = \frac{\begin{vmatrix} d & b & c \\ h & f & g \\ l & j & k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{vmatrix}} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & d & c \\ e & h & g \\ i & l & k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{vmatrix}} \quad z = \frac{\begin{vmatrix} a & b & d \\ e & f & h \\ i & j & l \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{vmatrix}}$$

Discusión mediante rangos

$$\text{SCD} \quad \text{Rg}(A) = \text{Rg}(A') = N^\circ \text{ incóg.}$$

$$\text{SCI} \quad \text{Rg}(A) = \text{Rg}(A') \neq N^\circ \text{ incóg.}$$

$$\text{SI} \quad \text{Rg}(A) \neq \text{Rg}(A')$$

